

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2026-64-39>

УДК 621.396.96 : 004.93 : 519.688

Тараненко Юрій Карлович¹, д.т.н., професор

<https://orcid.org/0000-0003-2209-2244>

Мороз Борис Іванович², д.т.н., професор

<https://orcid.org/0000-0002-5625-0864>

Мороз Дмитро Максимович², PhD

<https://orcid.org/0000-0003-2577-3352>

Кабак Леонід Віталійович², к.т.н., доцент

<http://orcid.org/0000-0001-6267-1772>

¹Приватне підприємство «Лікопак», м. Дніпро, Україна

²Національний технічний університет «Дніпровська політехніка», м. Дніпро, Україна

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ЗОБРАЖЕНЬ ВЕЙВЛЕТ-СПЕКТРІВ РАДІОЛОКАЦІЙНИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ РОЗПІЗНАННЯ ЇХ У СИСТЕМАХ ШТУЧНОГО ІНТЕЛЕКТУ

Тараненко Ю. К., Мороз Б. І., Мороз Д. М., Кабак Л. В. Удосконалення методу аналізу зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів для розпізнання їх у системах штучного інтелекту. Об'єкт дослідження – двовимірні зображення вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів та їхні фрактальні й структурні властивості в умовах адитивного шуму, нелінійних спотворень, частотної та амплітудної модуляції. Аналіз наукової літератури показав, що на сьогодні немає кількісних критеріїв оцінки руйнування структури 2D вейвлет-спектрів; невизначена межа збереження структури за шуму; неможливе обґрунтоване формування інваріантних до шуму ознак. Це ускладнює формування інваріантних до шуму ознак і визначення меж збереження структури спектрограм за низького відношення сигнал/шум. У роботі розв'язано задачу підвищення достовірності розпізнавання радіолокаційних сигналів у системах штучного інтелекту на основі фрактального та структурного аналізу зображень вейвлет-спектрів у шумових умовах. Суть отриманих результатів полягає в удосконаленні математичних моделей генерації зашумлених спектральних зображень і формуванні комплексу інваріантних до шуму ознак, що поєднує фрактальну розмірність, вейвлет-автокогерентність та структурні метрики SSIM і CW-SSIM. Це дозволило кількісно описати зміну структури спектральних зображень залежно від рівня шуму та параметрів модуляції сигналів і визначити допустимий поріг шумових спотворень. У результаті досліджень встановлено узгоджений взаємозв'язок між рівнем шуму, фрактальною розмірністю та структурною подібністю, що забезпечує надійне відокремлення інформативних спектральних зображень від зображень, які втратили розпізнавальні ознаки. Отримані результати можуть бути використані в системах радіолокаційного виявлення, ідентифікації та класифікації сигналів, а також у нейромережових моделях розпізнавання зображень вейвлет-спектрів в умовах шуму.

Ключові слова: вейвлет-спектри, радіолокаційні сигнали, фрактальна розмірність, структурний аналіз, адитивний шум, автокогерентність.

Taranenko Y., Moroz B., Moroz D., Kabak L. Improvement of method for analysis of wavelet spectra images of radar signals for their recognition in artificial intelligence systems. The object of the study is two-dimensional images of wavelet spectra of radar signals and their fractal and structural properties under conditions of additive noise, nonlinear distortions, and frequency and amplitude modulation. An analysis of the scientific literature has shown that, to date, there are no quantitative criteria for assessing the destruction of the structure of 2D wavelet spectra; the boundary of structure preservation in the presence of noise remains undefined; and a substantiated formation of noise-invariant features is not possible. This complicates both the derivation of noise-invariant features and the determination of the structure-preservation limit for spectrograms at low signal-to-noise ratios. This paper addresses the problem of improving the reliability of radar signal recognition in artificial intelligence systems based on fractal and structural analysis of wavelet-spectra images under noisy conditions. The essence of the obtained results lies in improving mathematical models for generating noisy spectral images and in forming a set of essence-invariant features that combines fractal dimension, wavelet autocorrelation, and the structural metrics SSIM and CW-SSIM. This made it possible to quantitatively describe changes in the structure of spectral images depending on noise level and signal modulation parameters and to determine an admissible threshold for noise distortions. As a result of the study, a consistent relationship between noise level, fractal dimension, and structural similarity was established, which ensures reliable separation of informative spectral images from images that have lost discriminative features. The obtained results can be used in radar detection, identification, and signal classification systems, as well as in neural-network models for recognizing wavelet-spectra images under noisy conditions.

Keywords: wavelet spectra, radar signals, fractal dimension, structural analysis, additive noise, autocorrelation.

Постановка наукової проблеми.

Аналіз та розпізнавання радіолокаційних сигналів у сучасних технічних системах, радіоелектроніки та штучного інтелекту є одним з ключових напрямів розвитку інформаційних технологій. В сучасних умовах з розвитком систем радіо електронної боротьби виникли нові типи активних та пасивних завад. За рахунок цього значно зросла складність радіолокаційних сцен. Саме тому застосування когнітивних радіолокаційних систем висувають підвищені вимоги до методів обробки спектральних зображень сигналів. В таких умовах традиційні методи фільтрації та аналізу

часто виявляються недостатньо ефективними, особливо за наявності шумів, нелінійних спотворень та складних видів модуляції.

Значна кількість досліджень присвячена використанню вейвлет-перетворень для аналізу часово-частотних властивостей сигналів і формування ознак для подальшої класифікації [1–10]. У роботах [8, 9] авторами показано, що поєднання вейвлет-аналізу зі згортковими нейронними мережами дозволяє підвищити точність розпізнавання складних сигналів у шумових умовах.

Водночас у реальних умовах функціонування радіолокаційних систем сигнали зазнають істотного впливу адитивного шуму, нелінійних спотворень, багатопроменевого поширення та активних завад, що суттєво ускладнює збереження інформативних ознак [5, 6]. Традиційні методи фільтрації та спектрального аналізу в таких умовах не завжди забезпечують необхідну стійкість до шуму, особливо при низькому відношенні сигнал/шум.

Одним із перспективних напрямів підвищення інформативності ознак є застосування фрактального аналізу, який дозволяє описувати складні само-подібні структури сигналів і зображень. Фрактальні характеристики успішно застосовуються для аналізу природних, медичних та текстурних зображень [1–4], а також для окремих класів сигналів [14, 15]. Однак більшість існуючих підходів орієнтовані або на аналіз часових рядів, або на природні зображення і не враховують специфіки двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, які мають принципово іншу структурну організацію.

Паралельно з цим активно розвиваються структурні метрики якості зображень, зокрема індекс структурної подібності SSIM та його модифікації які були запропоновані у роботі [17]. Структурні метрики якості зображень широко застосовуються для оцінки ступеня спотворення зображень під впливом шуму та обробки. Однак в задачах радіолокації ці метрики зазвичай використовуються лише як допоміжні інструменти оцінки якості фільтрації і майже не застосовуються для кількісного аналізу збереження структури вейвлет-спектрів як об'єктів розпізнавання.

Таким чином, аналіз літературних джерел [1–17] свідчить, що, у задачах обробки радіолокаційних сигналів активно використовується вейвлет-перетворення для фрактального аналізу за допомогою нейронних мереж у задачах обробки радіолокаційних сигналів. Проте залишається недостатньо дослідженим підхід, у якому об'єктом аналізу є саме двовимірні зображення вейвлет-спектрів які розглядаються як самостійні структурні об'єкти з фрактальними та геометричними властивостями. Також відсутні спеціалізовані методи, які дозволяли б кількісно оцінювати ступінь руйнування структури таких зображень під дією шуму, які мають формувати інваріантні до шуму ознаки, необхідні для надійного розпізнавання в системах штучного інтелекту.

Саме тому розроблення та удосконалення методів фрактального і структурного аналізу зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів є актуальною задачею.

Окреме значення має дослідження вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, які дозволяють детально відобразити часово-частотну структуру сигналу та забезпечують глибше розуміння поведінки об'єкта в динамічних умовах. Інтерпретація, порівняння та розпізнавання сигналів значно ускладнюються у зашумленому середовищі. Це створює потребу у нових математичних підходах, здатних надійно виділяти інформативні ознаки навіть за істотних перешкод.

Інтеграція методів фрактального аналізу є важливою науковою тенденцією. Фрактальний аналіз відкриває можливості для глибшого аналізу складних спектральних структур. Він проводить аналіз структурних метрик подібності та вейвлет-перетворень. Фрактальні характеристики описують внутрішню геометрію спектру. Структурні індекси – оцінюють ступінь змін спектру під впливом шуму. Для того щоб визначити точність класифікації на підставі локальних даних використовується комбінація цих методів. Тому такий підхід буде особливо затребуваним в умовах активного розвитку систем штучного інтелекту.

Практична важливість тематики дослідження обумовлена тим, що сучасні радіолокаційні комплекси працюють у надскладних умовах: низькі сигнали на фоні шуму та перешкоди від засобів радіоелектронної боротьби. На формування спектральних зображень істотно впливають багатопроменеве поширення, флуктуаційні шуми та інші фактори.

Зараз відсутні надійні методи аналізу зашумлених зображень. Саме відсутність таких методів приводить до помилкового розпізнавання об'єктів, втрати цілей. За рахунок чого знижується ефективності систем радіолокації.

Швидкий розвиток штучних нейронних мереж вимагає формування достовірних навчальних вибірок, які повинні включати реалістичні спектральні зображення з контрольованими рівнями

шуму. Проведене у роботі дослідження спрямоване на математичний опис властивостей вейвлет-спектрів. Досліджена їхня стійкість до завад та визначення інваріантних ознак. Тому дослідження які проводились у роботі мають високу наукову і практичну цінність та є актуальними.

Аналіз досліджень.

Аналіз сучасних наукових публікацій показує, що вейвлет-перетворення є одним із базових інструментів аналізу радіолокаційних сигналів і широко застосовується для формування часово-частотних представлень, виділення ознак та подальшого використання у системах автоматичного розпізнавання, зокрема із застосуванням нейронних мереж [1–10]. Основна увага в більшості робіт зосереджена на аналізі часових рядів вейвлет-коефіцієнтів або на використанні вейвлет-спектрограм як вхідних зображень для згорткових нейронних мереж.

Разом із тим, у ряді досліджень розглядається фрактальний аналіз зображень як ефективний інструмент кількісного опису складності та самоподібності структур [1–4, 14, 15]. Показано, що фрактальні характеристики є інформативними для природних, текстурних та медичних зображень, а також для окремих класів сигналів. Однак переважна більшість таких підходів орієнтована або на аналіз часових сигналів, або на зображення загального призначення і не враховує специфіки двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, які мають ієрархічну масштабно-часову структуру та складні кореляційні зв'язки між компонентами.

Окремим науковим напрямом є застосування структурних метрик якості зображень, зокрема SSIM і CW-SSIM, для оцінювання ступеня спотворення зображень під дією шуму [17]. У роботах цього напрямку ці метрики переважно використовуються як допоміжні критерії якості фільтрації або стиснення зображень. Їх застосування у задачах кількісного аналізу збереження структури вейвлет-спектрів саме як об'єктів розпізнавання практично не досліджене.

Проведений аналіз літератури дозволяє виділити низку принципових питань, які залишаються невирішеними:

- відсутні спеціалізовані кількісні критерії оцінки руйнування структурної організації двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів під дією адитивного шуму;
- не визначено узагальнену межу збереження інформативної структури спектрограм за різних рівнів шуму та параметрів модуляції сигналів;
- недостатньо досліджено, як фрактальна розмірність зображень вейвлет-спектрів змінюється залежно від рівня шуму, типу сигналу та параметрів вейвлет-перетворення;
- відсутній комплексний підхід, який би об'єднував фрактальні, кореляційні та структурні характеристики вейвлет-спектрів для формування інваріантних до шуму ознак;
- не розроблено обґрунтованих методів визначення допустимого рівня шумової аугментації навчальних даних у нейромережових системах розпізнавання радіолокаційних сигналів.

Наведені проблеми залишаються невирішеними як з об'єктивних, так і з суб'єктивних причин. До об'єктивних причин належить висока структурна складність вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, які поєднують властивості часових рядів і зображень, а також суттєва залежність їхньої структури від типу модуляції, параметрів вейвлета та рівня шумових спотворень. Це ускладнює застосування традиційних методів аналізу, розроблених для інших класів зображень.

Суб'єктивними причинами є домінування у більшості робіт прикладного підходу, за якого вейвлет-спектрограми використовуються переважно як вхідні дані для нейронних мереж без глибокого кількісного аналізу їхніх структурних властивостей. У результаті методи фрактального та структурного аналізу рідко інтегруються в єдиний формалізований підхід, орієнтований на оцінювання збереження інформативної структури спектральних зображень.

Отже, невирішеною залишається науково-прикладна проблема відсутності спеціалізованих методів кількісного фрактального та структурного аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, які дозволяли б визначати межу збереження їхньої структури за дії шуму та формувати інваріантні до шуму ознаки для підвищення достовірності розпізнавання у системах штучного інтелекту.

Розв'язання цієї проблеми потребує удосконалення математичних моделей генерації та зашумлення вейвлет-спектрів, а також розроблення узгодженого комплексу фрактальних,

кореляційних і структурних критеріїв, що і визначає напрям даного дослідження та логічно зумовлює постановку його мети і задач.

Мета і задачі дослідження

Метою даного дослідження є удосконалення методу кількісного аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів на основі узгодженого використання фрактальних, кореляційних та структурних характеристик з метою визначення межі збереження інформативної структури спектральних зображень за дії адитивного шуму та формування інваріантних до шуму ознак для підвищення достовірності їх розпізнавання у системах штучного інтелекту.

Досягнення поставленої мети потребує розв'язання таких взаємопов'язаних задач:

1. Розробити та обґрунтувати метод генерації радіолокаційних сигналів і відповідних двовимірних зображень їхніх вейвлет-спектрів, яка враховує тип сигналу, параметри частотної та амплітудної модуляції і параметри безперервного вейвлет-перетворення та забезпечує формування репрезентативних спектральних зображень.
2. Дослідити вплив адитивного гаусівського шуму на структурні властивості зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, шляхом варіювання потужності шуму та аналізу характеру руйнування масштабно-часової структури спектральних зображень.
3. Розробити критерій визначення допустимого порогу потужності шуму на основі вейвлет-автокогерентності, який дозволяє відокремлювати інформативні зображення вейвлет-спектрів від зображень, що статистично та структурно еквівалентні спектрам чистого шуму.
4. Удосконалити застосування фрактального аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів на основі розмірності Мінковського та дослідити залежність фрактальних характеристик від рівня шуму, параметрів модуляції сигналів і властивостей використовуваних вейвлетів.
5. Дослідити можливість кількісної оцінки ступеня збереження просторової структури вейвлет-спектрів шляхом застосування структурних індексів подібності SSIM та CW-SSIM і встановити їх взаємозв'язок з фрактальною розмірністю та допустимим порогом шуму.

Результатом розв'язання поставлених задач є формування узгодженого комплексу інваріантних до шуму ознак, що поєднує вейвлет-автокогерентність, фрактальну розмірність та структурні метрики, придатного для використання в системах автоматичного розпізнавання радіолокаційних сигналів і для обґрунтованої аугментації навчальних вибірок у нейромережових моделях.

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.

Матеріали та методи дослідження

Об'єктом дослідження є двовимірні зображення вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів, сформовані за допомогою безперервного вейвлет-перетворення, та їхні структурні й фрактальні властивості в умовах адитивного шуму.

Предметом дослідження є методи кількісного аналізу збереження структурної організації зображень вейвлет-спектрів за дії шумових спотворень та можливість формування інваріантних до шуму ознак.

Дослідження проводилося на синтетичних радіолокаційних сигналах з відомими параметрами частотної та амплітудної модуляції. Для кожного сигналу формувалися двовимірні зображення вейвлет-спектрів із використанням безперервного вейвлет-перетворення. Надалі до сигналів додавалася шумова складова з контрольованою потужністю, після чого виконувалася кількісна оцінка змін структурних і фрактальних характеристик спектральних зображень.

У роботі приймалися такі припущення:

- завади моделювалися у вигляді адитивного гаусівського шуму з нульовим математичним очікуванням;
- параметри сигналів (тип модуляції, амплітуда, частота, коефіцієнти модуляції) вважалися відомими та фіксованими для кожного чисельного експерименту;
- вплив каналів поширення та апаратних нелінійностей не розглядався окремо, а враховувався узагальнено через додавання шумової складової;
- двовимірні вейвлет-спектри розглядалися як репрезентативне часово-частотне представлення сигналів.

Обмеження дослідження включали ігнорування фазової інформації спектрів та використання фіксованого набору безперервних вейвлетів.

Методи дослідження

У роботі застосовувалися загальновідомі методи, які використовуються в задачах обробки сигналів і аналізу зображень:

- метод чисельного експерименту — для дослідження впливу шуму на вейвлет-спектри за контрольованих параметрів;
- безперервне вейвлет-перетворення — для формування двовимірних спектральних зображень;
- кореляційний аналіз — у вигляді обчислення вейвлет-автокогерентності для оцінки узгодженості спектральних компонент;
- фрактальний аналіз зображень — із використанням розмірності Мінковського як кількісної характеристики структурної складності;
- структурний аналіз зображень — шляхом застосування індексів структурної подібності SSIM та CW-SSIM.

Зазначені методи використовувалися у стандартній інтерпретації. Їх конкретна алгоритмічна реалізація та параметри застосування наведені у розділі 5 відповідно до поставлених задач дослідження.

Метод генерації зображень спектрів радіолокаційних сигналів

Для дослідження фрактальних і структурних властивостей вейвлет-спектрів необхідно мати репрезентативний набір двовимірних спектральних зображень, які відповідають радіолокаційним сигналам з різними типами модуляції. Еталонні експериментальні набори таких зображень відсутні. Тому виникає задача побудови методу генерації сигналів та відповідних 2D-вейвлет-спектрів з керованими параметрами.

Вейвлет - коефіцієнти сигналів визначатимемо із відомої формули для безперервного локального вейвлет-спектра, яка для дискретного зчитування сигналу має вид

$$W_{(a,b)} = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (1)$$

де $x(t)$ – сигнал з випадковою складовою; $\psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ – базовий вейвлет; $a \neq 0$ – параметр масштабу; $b \geq 0$ – параметр зсуву.

Дані, які досліджувались є дискретними і співвідношення (1) записується у виді (2), було виділено два окремих масиви для масштабів *coeffs* та зсувів *fred*

$$coeffs, fred = \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} x(t_i) \psi\left(\frac{t_i-b}{a}\right). \quad (2)$$

У формулі (1) більший вплив здійснює масштаб a (входить в формулу двічі), ніж зсув $t_i - b$. Саме тому при аналізі зображень спектрів слід прибрати залежність від зсуву b для амплітудної неоднорідності масштабу *coeffs* для зсувів *fred*. Неоднорідність у сигналі характеризується певним масштабом амплітуди у вейвлетному домені, інформацію дають як позитивні, і негативні значення вейвлет-коефіцієнтів (оскільки аналізуючий вейвлет сам є осцилюючою функцією). Використовувати одночасно і негативні, і позитивні значення $W(a, b)$ можливо за рахунок операції зведення в квадрат або за рахунок використання абсолютних величин. Перший спосіб історично називається методом вейвлетного енергетичного спектра (WPS), а другий методом середніх вейвлет коефіцієнтів (AWC):

$$coeffs = [abs(w) \text{ for } w \text{ in } coeffs] . \quad (3)$$

Для перетворення масиву *coeffs* у 2D зображення була використана бібліотека *pywt* з розширенням *swt*. Для масштабу у вигляді списку *scales=arange(1,2ⁿ)*, де n обирається наприклад з ряду 4, 5, 6

(4) $coeffs, fregs = pywt.cwt(x(t_i), scales, wavelet),$

де *wavelets* один із безперервних вейвлетів: ['cgau1', 'cgau2', 'cgau3', 'cgau4', 'cgau5', 'cgau6', 'cgau7', 'cgau8', 'cmor', 'fbsp', 'gaus1', 'gaus2', 'gaus3', 'gaus4', 'gaus5', 'gaus6', 'gaus7', 'gaus8', 'mexh', 'morl', 'shan'].

Для завантаження зображення з подальшим його збереженням використовувались наступні процедури, які дозволяють змінювати розміри зображення по ширині (x_1, x_2) та по висоті (y_1, y_2). Тепер зображення треба зберегти у форматі jpeg за посиланням path

$$\left. \begin{aligned} imshow(coeffs, extent = [x_1, x_2, y_1, y_2], cmap = 'jet', spect = 'auto') \\ savefig(path) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Імітація радіолокаційних сигналів здійснювалась за допомогою наступної спеціальної функції лістинг 1:

```
def signal_chirp(amp=1.0,freq=0.0,beta=0.25,period=100,**kwargs): is_complex = True;
Модульований напівсинусоїдою is_modsine = True
    is_complex = kwargs.get('is_complex', False)
    is_modsine = kwargs.get('is_modsine', True)
    t = np.linspace(0, 1, period)
    tt = np.pi * (freq * t + beta * t ** 2)
    if is_complex is True:
        res = amp * (np.cos(tt) + 1j * np.sin(tt))
    else:
        res = amp * np.cos(tt)
    if is_modsine is True:
        return res * np.sin(np.pi * t)
    return res
```

Функція *signal_chirp* лістинг 1 використовувалась для отримання спектрограм комплексної форми (рис. 1) та дійсної форми (рис. 2) сигналу. Для комплексної форми сигналу (*is_complex* = False) з урахуванням коефіцієнта частотної модуляції ($\beta = 512$) для якого при $N = 2048$ виконується вимога частотної смуги модуляції ($\beta < 0.5N$), функція матиме вигляд:

$Signal = signal_chirp(amp = 1, freq = 50e7, beta = 512, period = 2048, is_complex = False).$

Використовуючи співвідношення (2)–(5) було отримано зображення спектрограмами сигналу рис. 1. На рис. 1 сигнал відображається червоним кольором, шум його витискає.

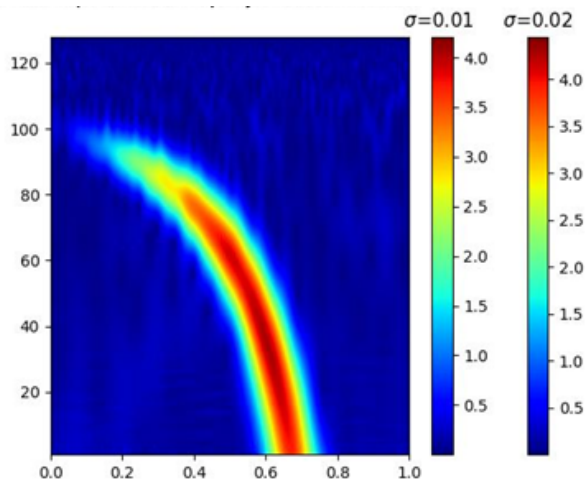


Рис. 1. Зображення вейвлет-спектру розміром: extent = [0, 1, 1, 128], scales [1....128]:[1 2 3] комплексної форми сигналу з вейвлетом: cmor1-1.5, is_modsine = False

Для дійсної форми сигналу (is_complex = False) з урахуванням коефіцієнта частотної модуляції (beta = 128) для якого при N = 2048 виконується вимога частотної смуги модуляції $\beta < 0.5N$. Для додаткової модуляції пів синусоїдою (is_modsine = True), функція матиме вигляд: signal = signal_chirp(amp = 1, freq = 50e7, beta = 128, period = 2048, is_complex = False, is_modsine = True). Для заданих параметрів отримано зображення спектрограмами сигналу рис. 2. На рис. 2 сигнал відображається червоним кольором сигнал, шум його витискає.

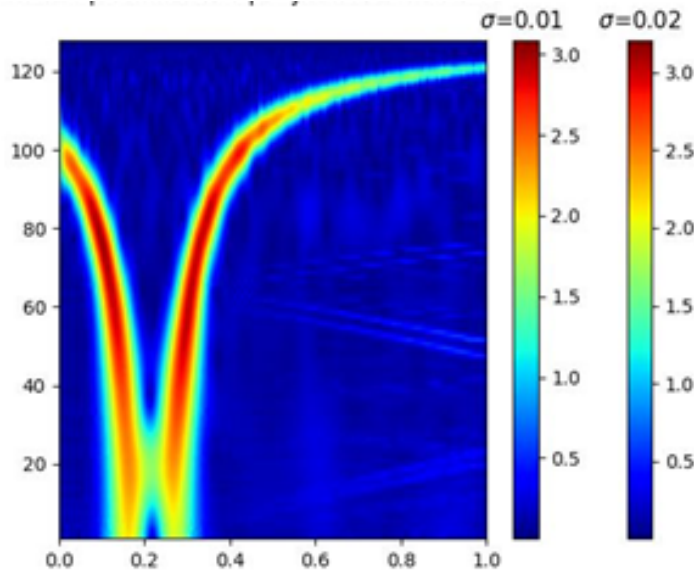


Рис. 2. Зображення вейвлет спектру розміром: extent=[0, 1, 1, 128]), scales[1....128]:[1 2 3] дійсної форми сигналу з вейвлетом: cmor1-1.5, is_modsine = True

Для дійсної форми сигналу, тобто is_complex = False з урахуванням коефіцієнта частотної модуляції $\beta = 128$ для якого при N = 2048 виконується вимога частотної смуги модуляції $\beta < 0.5 \cdot N$, для додаткової модуляції пів синусоїдою матиме вигляд: is_modsine = True signal = signal_chirp(amp = 1, freq = 50e7, beta = 128, period = 2048, is_complex = False, is_modsine = True)

Таким чином, функцію signal_signalchirp лістинг 1 можна використовувати для генерації імітаційних радіолокаційних сигналів з урахуванням: дійсної або комплексної форми сигналів, коефіцієнта частотної модуляції з додатковою амплітудною модуляцією пів синусоїдою. Особливістю моделі є введена важлива вимога до частотної смуги модуляції, яка пов'язує величину кількості відгуків N з коефіцієнтом частотної модуляції beta.

Дослідження методу генерації зашумлених зображень спектрів радіолокаційних сигналів

У реальних умовах адитивний шум задає впливу на радіолокаційні сигнали. Адитивний шум призводить до викривлення вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів. У даному підрозділі було проведено дослідження впливу потужності адитивного гаусівського шуму на структурні властивості двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів. Метою дослідження було визначення діапазону рівнів шуму, у межах якого зображення вейвлет-спектра зберігає інформативну масштабно-часову структуру та може використовуватися як об'єкт розпізнавання.

Дослідження виконувалося для синтетичних радіолокаційних сигналів із заданими параметрами частотної та амплітудної модуляції. До сигналів додався адитивний гаусівський шум із нульовим математичним очікуванням та керованим середньоквадратичним відхиленням σ . Для кожного значення σ формувалися відповідні зображення вейвлет-спектрів із використанням безперервного вейвлет-перетворення. Оцінювання впливу шуму здійснювалося шляхом візуального

та кількісного аналізу змін просторової структури спектральних зображень за зростання σ та відповідного зменшення відношення сигнал/шум.

В чистому вигляді радіолокаційні сигнали без шуму майже не використовуються в дослідженнях, оскільки така модель відповідає ідеальним умовам. Найпоширенішим видом завад є випадковий адитивний шум, який розглядається, як статистично незалежний від даних. Форма представлення взаємодії корисного сигналу та завад характеризується впливом імпульсних та флуктуаційних завад в каналах зв'язку, шумом квантування в різноманітних перетворювачах тощо та потребує застосування спеціалізованих методів їх усунення [18].

Гаусівський шум адитивно додається до сигналів є фронтальним броунівським рухом і має розподіл

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\left(\frac{x-\mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right), \quad (6)$$

де μ математичне очікування; σ осереднє квадратичне відхилення.

Треба зазначити, що шум у зображеннях – це випадкові варіації яскравості чи кольору. Шуми в обробці сигналів і зображень поділяються на кілька основних типів, кожен із яких має свої особливості та джерела виникнення [18, 19]:

- гаусівський шум. Характерною особливістю гаусівського шуму є рівномірне розподілення по всьому зображенню чи сигналу, це ускладнює його фільтрацію без втрати деталей;

- імпульсний шум. До імпульсного шуму належить шум «сіль-перець». Він проявляється у вигляді раптових змін інтенсивності, що з'являються як випадкові чорні або білі точки на зображенні, причиною є збої в передачі сигналу, пошкодження даних або перешкоди у цифрових пристроях;

- квантовий шум. Квантовий шум зумовлений природними статистичними флуктуаціями при реєстрації фотонів у камерах і оптичних сенсорах. Його інтенсивність змінюється залежно від рівня освітленості;

- спекл-шум. Спекл-шум характерний для когерентних систем, таких як лазерна зйомка або ультразвукові медичні зображення. Він проявляється у вигляді зернистих патернів, які утворюються через інтерференцію хвиль.

Для Гаусівського шуму (із нормальним розподілом значень) використовують значення математичного очікування (μ) та середньоквадратичного відхилення (σ). Щоб при скиданні початкового числа щоразу з'являвся той самий набір цифр будимо використовувати наступну команду: `np.random.seed`.

Визначено перелік вейвлетів, які будемо використовувати, обираючи гаусові вейвлети ['cgau3', 'cgau4', 'cgau5', 'cgau6', 'cgau7', 'cgau8']. Для аналізу впливу шуму довжина шуму повинна дорівнювати довжині сигналу: `signals = signal + np.random.normal(mean, sigma, len(signal))`.

Для визначення відношення сигналу до шуму використовується функція `noise лістинг 2`:

```
import numpy as np
def noise(signal, mean, sigma):
    np.random.seed(1)
    signals=signal+np.random.normal(mean, sigma, len(signal))
    Db=round(10*np.log10(sum([w**2 for w in signal]) / sum(w**2 for v in signal-signals))),1)
    return Db, signals
```

Мінімальне значення середньоквадратичного відхилення доданого гаусівського шуму є чутливим воно відображається у вигляді зміни зображень вейвлет-спектра сигналу (рис. 3, 4.).

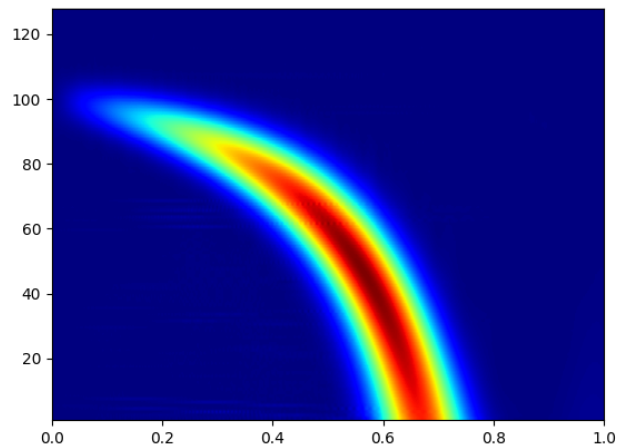


Рис. 3. Зображення вейвлет спектру: сигнал «Chirp» (amp = 1, freq = 50e7, beta = 128, period = 2048, is_modsine = True + шум: 33.9 dB $\sigma=0.01$)

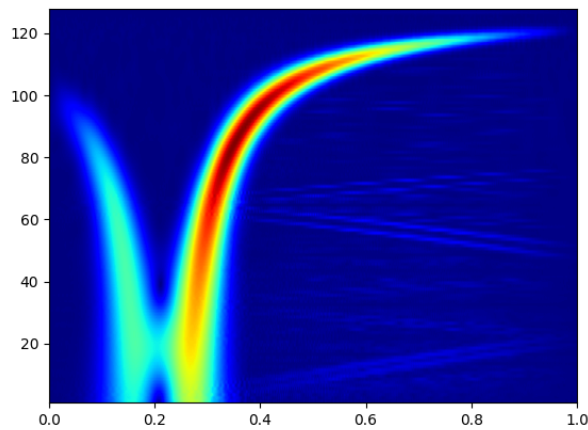


Рис. 4. Зображення вейвлет спектру: signal «Chirp» (amp = 1, freq = 50e7, beta = 512, period = 2048, is_modsine = Fals + шум: 27.9 dB $\sigma=0.02$)

Дослідження показало суттєвий вплив на зображення вейвлет-спектру сигналу з додатковою амплітудною модуляцією за зміною параметрів «*is_modsine = True, is_complex = False*» на «*is_modsine = False, is_complex = False*». Зміна потужності доданого шуму за показником σ складає $\Delta\sigma=0.01-0.02=-0.01$. Виявлено дискрет для зменшення шуму, але максимальне значення $\sigma_{\max}$, яке досягається послідовним зменшенням шуму на $\Delta\sigma$ при аугментації зображень у згорткових нейронних мережах можна здійснити тільки за допомогою автокогерентності.

Визначення допустимого порогу потужності шуму

У процесі формування навчальних вибірок для систем штучного інтелекту, що здійснюють розпізнавання радіолокаційних сигналів за зображеннями їхніх вейвлет-спектрів, широко застосовується аугментація даних шляхом додавання контрольованого шуму. Однак, за надмірної потужності шуму структура спектрального зображення руйнується, і таке зображення втрачає інформативність як об'єкт розпізнавання. У зв'язку з цим виникає задача визначення граничного (допустимого) рівня шуму, за якого зображення вейвлет-спектра ще зберігає структурні ознаки сигналу і може бути використане для навчання нейромеревих моделей.

Задача полягала в наступному: для заданого радіолокаційного сигналу та відповідного двовимірного зображення його вейвлет-спектра необхідно визначити таку максимальну потужність адитивного гаусівського шуму, при якій зберігається структурна відмінність між спектрограмою сигналу та спектрограмою чистого шуму. Нехай: $x(t)$ – радіолокаційний сигнал з відомими параметрами модуляції; $x_n(t)=x(t)+n(t)$ – сигнал з адитивним гаусівським шумом $n(t) \sim N(0, \sigma^2)$; $W_x(a, b)$ та $W_{x_n}(a, b)$ – відповідні зображення вейвлет-спектрів чистого та зашумленого сигналів. Потрібно знайти таке граничне значення дисперсії шуму σ_{cp} або відповідне йому відношення сигнал/шум (SNR), при якому виконується умова: для всіх $\sigma < \sigma_{cp}$ зображення $W_{x_n}(a, b)$ зберігає узгоджену структуру масштабно-часових компонент сигналу; для $\sigma \geq \sigma_{cp}$ зображення $W_{x_n}(a, b)$ статистично та структурно не відрізняється від зображення спектра чистого шуму.

Зі співвідношення (2) було отримано інваріантне до зміни потужності шуму чисельне значення автокогерентності k^2 , тобто характеристики зв'язку між сигналом $x(t_i)$ та його похідною

$$\frac{dx(t_i)}{dt_i} \quad [21]:$$

$$\begin{cases} S_x = \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} x(t_i) \psi\left(\frac{t_i - b}{a}\right) \\ S_y = \frac{\Delta t}{\sqrt{a}} \sum_{i=0}^{N-2} \frac{dx(t_i)}{dt_i} \psi\left(\frac{t_i - b}{a}\right) \\ k^2 = \frac{|S_{xy}|^2}{|S_x|^2 |S_y|^2} \end{cases} \quad (7)$$

Критерієм допустимого рівня потужності доданого до сигналу шуму є умова при якій суміш сигнал/шум перетворюється на суцільний шум, що на підставі (6) створює умову

$$k_{signal+noise} = k_{noise}. \quad (8)$$

Графік на рис. 5, показує, що вейвлет-автокогерентність шуму постійна в усьому діапазоні зміни його потужності.

Таким чином виграш у кількості зображень, які не перетворюють зображення спектру сигналу у зображення шуму для сигналу «Chirp» з шумом поріг = 12.38 dB, $\sigma = 2.96$, зменшення σ на -0.01 за крок. Час роботи програмами: 54.0 секунди.

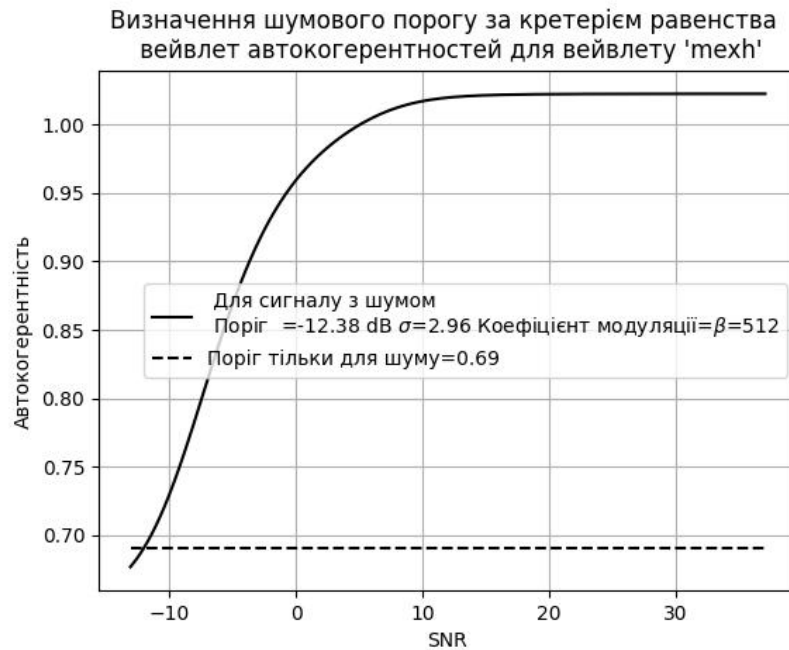


Рис. 5. Визначення шумового порогу сигналу Chirp за умовою (8) для вейвлету mexh

Завдяки використанню вейвлет-автокогерентності можливо генерувати набір з 319 зображень, які несуть достовірну інформацію для навчального набору даних, тобто утворені зображення спектрів радіолокаційних сигналів не містять зображення шуму. Виявити сукупність цих змін можливо лише за фрактальної розмірності.

Удосконалення методу фрактального аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів на основі розмірності Мінковського

Для удосконалення методу фрактального аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів було кількісно описано зміни складності структури вейвлет-спектрів під дією шуму та параметрів модуляції сигналу. Для цього вводилась задача визначення залежності фрактальної розмірності спектральних зображень від рівня шуму.

Фрактальна розмірність – це характеристика, яка описує, наскільки складно або нерівномірно заповнюється простір об'єктом у різних масштабах. Вона використовується для кількісного аналізу структур, що мають само- подібність, тобто схожі на себе при збільшенні або зменшенні. Фрактальна розмірність не обов'язково має бути цілим числом.

Для обчислення фрактальної розмірності об'єкта, вбудованого в тривимірний простір, використовувалась розмірність Мінковського-Булганда [20], також відому як коробкова розмірність або розмірність покриття. Розмірність покриття описує, як змінюється кількість необхідних елементів (наприклад, квадратів, кубів або сфер) для покриття об'єкта при зменшенні розміру цих елементів. Чим більше значення цієї розмірності, тим складніша структура об'єкта, визначається через границю [20]

$$D = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)}, \quad (9)$$

де $N(\varepsilon)$ – це мінімальна кількість геометричних фігур (наприклад, квадратів зі стороною ε), необхідних для покриття множини.

Перед проведенням фрактального аналізу кольорове зображення перетворюється в зображення у відтінках сірого за допомогою наступної функції:

```
def rgb2gray(rgb):
    r,g,b = rgb[:, :, 0], rgb[:, :, 1], rgb[:, :, 2]
    gray = 0.2989 * r + 0.5870 * g + 0.1140 * b
    return gray
```

Перед підрахунком фрактальної розмірності зображення використовуються дві вкладених функції за допомогою яких підраховуються не пусті (тобто вічки які не утримують 0) та повні ($k \times k$) вічка лістинг 4.

```
def fractal_dimensionf(Z, threshold):
    assert(len(Z.shape) == 2)
    def boxcount(Z, k):
        ( S = np.add.reduceat( np.add.reduceat(Z, np.arange(0, Z.shape[0], k), axis=0), np.arange(0,
        Z.shape[1], k), axis=1))
        return len(np.where((S > 0) & (S < k*k))[0])
```

Для перетворення масиву зображення Z у двійковий масив, визначається мінімальний розмір зображення p та найбільшу ступень n числа 2, яка менша або дорівнює p лістинг 5.

$$Z = (Z < \text{threshold}) \quad p = \min(Z.\text{shape}) \quad n = 2^{**np.floor(np.log(p) / np.log(2))} \quad n = \text{int}(np.log(n) / np.log(2))$$

Лістинг 6 використовується для побудови послідовних розмірів вічків (від 2^n до 2^1) та підготовки пустих списків.

```
counts = []; a=[]; b=[]; c=[]; d=[]
for size in sizes:
    counts.append(boxcount(Z, size))
    a.append(size)
    b.append(boxcount(Z, size))
    c.append(np.log10(1/size))
    coeffs = np.polyfit(np.log(sizes), np.log(counts), 1)
    q = -coeffs[0]
```

Рішення рівняння: $\text{coeffs} = \text{np.polyfit}(\text{np.log}(\text{sizes}), \text{np.log}(\text{counts}), 1)$ є остаточним рішенням у вигляді $q = -\text{coeffs}[0]$ функції $\text{fractal_dimensionf}(Z, \text{threshold})$.

Останній етап реалізації наведеного алгоритму обчислення фрактальної розмірності полягає у визначенні максимуму залежності фрактальної розмірності від порогу threshold [21], скористаємося наступним циклом лістинг 7.

```
for threshold in np.arange(1, n, 1):
    q, a, b, c, d = fractal_dimensionf(Z, threshold)
```

Таким чином n разів повторюється розрахунок функції $\text{fractal_dimensionf}(Z, \text{threshold})$ та знаходимо максимальне значення з отриманих значень, яке і є значенням фрактальної розмірності зображення спектра (рис. 6–8).

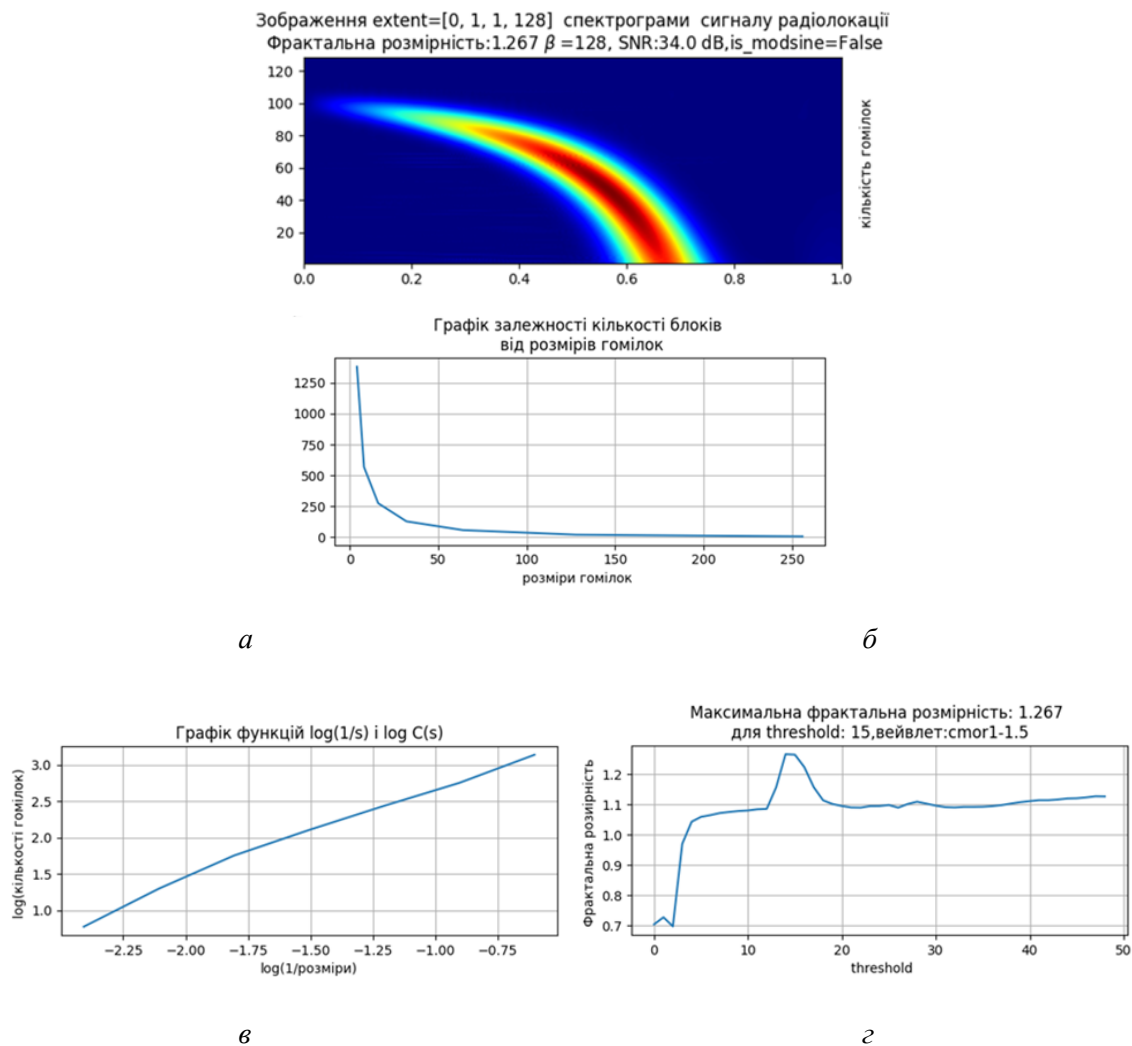
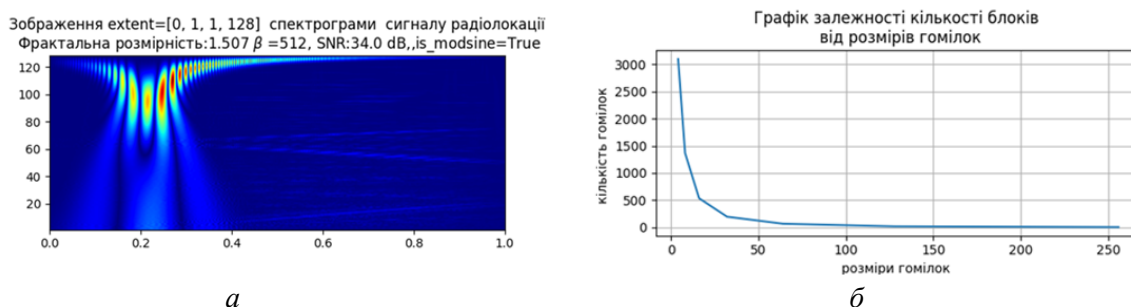


Рис. 6. Послідовність етапів реалізації класичного методу Мінковського для зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів без додаткової амплітудної модуляції: а – зображення спектрограми локації; б – Графік залежності кількості блоків від розмірів блоків; в – графік функції $\log(1/s)$ і $\log C(s)$; з – максимальна фрактальна залежність

Після внесення змін у функцію сигналу (8) отримано результат зміни фрактальної розмірності.



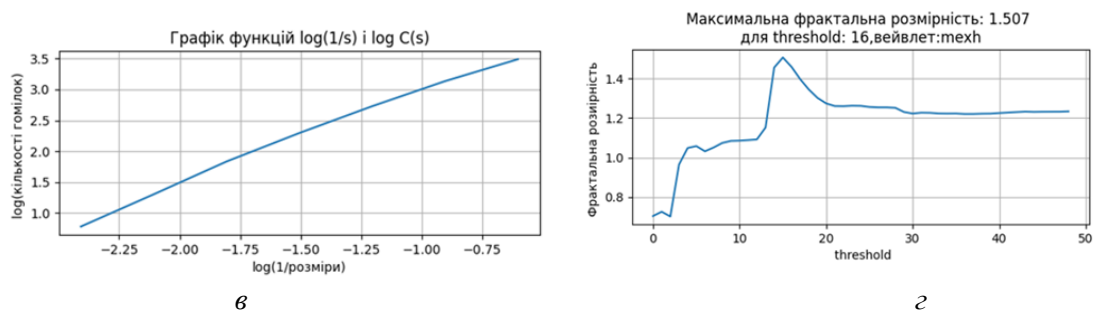


Рис. 7. Послідовність етапів реалізації класичного методу Мінковського для зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів з додатковою амплітудною модуляцією: *a* – зображення спектрограми локації; *б* – графік залежності кількості блоків від розмірів блоків; *в* – графік функції $\log(1/s)$ і $\log C(s)$; *г* – максимальна фрактальна залежність

Чисельно виявлено (рис. 6, 7) на зображеннях вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів за значенням фрактальної розмірності (1.267, 1.507) сукупність змін впливаючих факторів: потужності доданого шуму; коефіцієнта частотній модуляції; наявності або відсутності додаткової амплітудної модуляції; впливу частотних властивостей безперервного вейвлета.

Разом з тим необхідно зазначити, що модель класичного фрактального аналізу за методом Мінковського у чотири етапи має істотний його недолік – громіздкість.

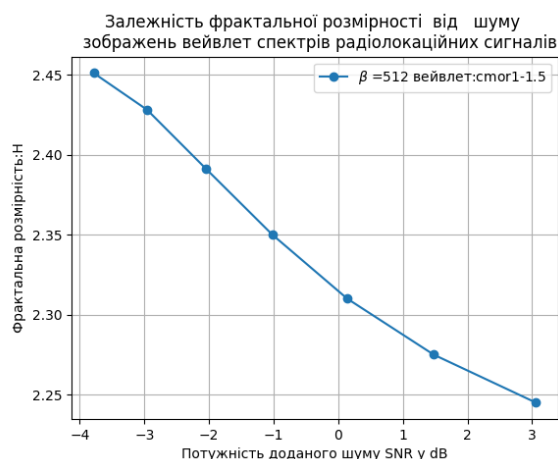


Рис. 8. Залежність фрактальної розмірності від шуму вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів

Спростити алгоритм обробки зображень вейвлет-спектрів можна використавши готовий модуль FractalDimension, який раніше до вирішення поставленої задачі не застосовувався. На рис. 8 відображено результат застосування модуля FractalDimension для аналізу зміни зображень спектрів під впливом Гаусівського шуму.

У результаті проведених досліджень було встановлено що: фрактальна розмірність спектрограм значно зростає зі збільшенням шуму; на значення фрактальної розмірності значно впливають тип модуляції сигналу та параметри вейвлета; фрактальна розмірність є кількісною ознакою руйнування сигналу.

Структурний аналіз 2D зображень з використанням індексу структурної подібності

У попередніх підрозділах було показано, що зі зростанням потужності адитивного шуму зображення вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів зазнають суттєвих структурних змін, які проявляються у зростанні фрактальної розмірності та зниженні автокогерентності. Однак фрактальна розмірність є інтегральною характеристикою складності зображення і не дозволяє

безпосередньо кількісно оцінити ступінь збереження просторової структури спектрограми відносно еталонного (незашумленого) зображення.

У зв'язку з цим у даному підрозділі була вирішена задача кількісного оцінювання структурної подібності між зображенням вейвлет-спектра чистого сигналу та зображеннями спектрів того самого сигналу за різних рівнів адитивного гаусівського шуму. Для цього потрібно встановити взаємозв'язок між структурними індексами, фрактальною розмірністю та допустимим порогом шуму, визначеним у п. 5.3.

Розрахунки виконувалися на підставі таких вихідних даних:

- типи сигналів: спеціальні сигнали з переліку, наведеного у п. 5.4 (зокрема Doppler, LinChirp, TwoChirp, QuadChirp тощо);
- довжина сигналів: $N=2048$ відліків;
- тип вейвлета: безперервний гаусівський вейвлет `cgau1`;
- діапазон рівнів шуму: від області слабого шуму до граничного порогу, визначеного методом вейвлет-автокогерентності (п. 5.3);
- зображення спектрів: усі зображення попередньо приведені до однакових розмірів та шкали яскравості, що усуває вплив геометричних викривлень.

Навіть коли рівень шуму допустимий та фрактальна складність контрольована може відбуватися руйнування спектру. Задачею є саме оцінка, на скільки структура зашумленого спектру відрізняється від еталонного. Для вирішення цієї задачі було застосовано індекси структурної подібності SSIM та CW-SSIM. Для цього порівнюються зображення вейвлет-спектрів чистого і зашумленого сигналів, попередньо приведені до однакових розмірів та шкали інтенсивностей.

Індекс структурної подібності (SSIM, Structural Similarity Index) – це індекс, який використовується для оцінки якості зображень, порівнюючи їхню подібність. Він краще відображає сприйняття людського ока, ніж традиційні метрики, такі як MSE (середньоквадратична похибка) або PSNR (відношення сигналу до шуму)

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \quad (1)$$

0)

де μ_x, μ_y – середні значення яскравості двох зображень x і y ; σ_y^2 і σ_x^2 – дисперсії яскравості зображень, σ_{xy} – коваріація між зображеннями, C_1, C_2 – малі константи для стабілізації обчислень.

Для чисельного визначення індексу SSIM при виявленні структурної схожості необхідно порівнювати зображення з однаковими розмірами. Це не проста задача для jpg зображення. Поставлена задача використовується в наступному лістингу 8.

```
from aspose.imaging import *
from aspose.imaging.imageoptions import *
from aspose.imaging.sources import *
import os
image.resize(300,300);
image.save(path)
```

На рис. 9 відображено аналіз структурної подібності вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів за різними індексами SSIM. На рис. 9, а: SSIM повернутого зображення 0.6121, SSIM зміненого зображення освітлення 0.6400, SSIM обрізаного зображення 0.6722, Минув час SSIM0.033031s. На рис. 9, б: CW-SSIM повернутого зображення 0.8372, CW-SSIM модифікованого зображення освітлення 0.8596, CW-SSIM обрізаного зображення 0.8833, Минув час CW-SSIM0.688032s.

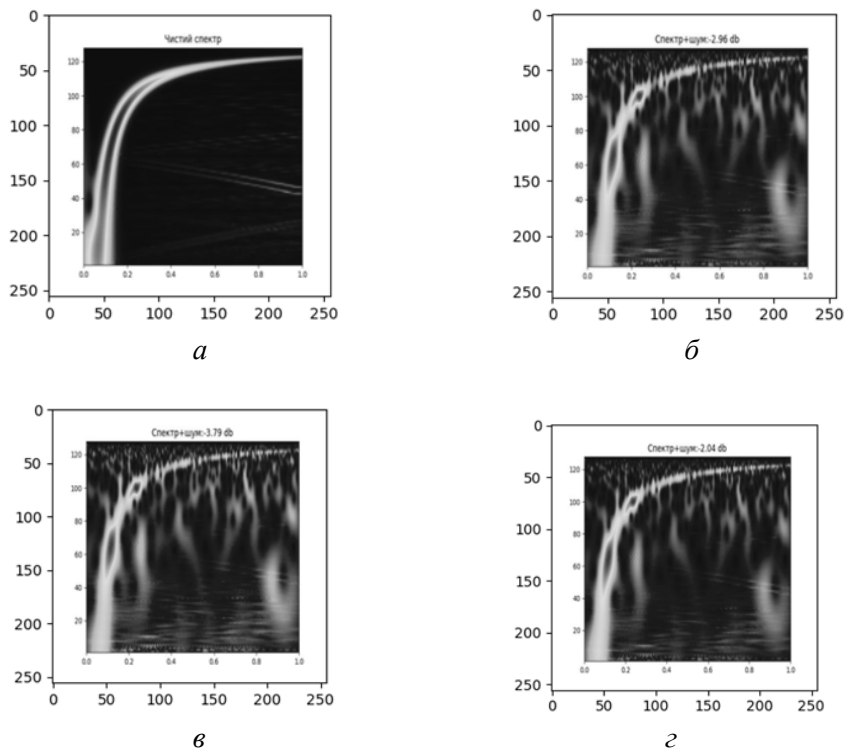


Рис. 9. Аналіз структурної подібності вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів: *a* – Structural Similarity Index Measure повернутого зображення 0.6121, Structural Similarity Index Measure зміненого зображення освітлення 0.6400; *б* – Structural Similarity Index Measure обрізаного зображення 0.6722, минув час SSIM0.033031s; *в* – Complex Wavelet Structural Similarity Index повернутого зображення 0.8372, Complex Wavelet Structural Similarity Index модифікованого зображення освітлення 0.8596; *г* – Complex Wavelet Structural Similarity Index обрізаного зображення 0.8833, минув час Complex Wavelet Structural Similarity Index 0.688032s

Використовуючи код лістинг 8 перед завантаженням кожного з зображень з використанням метрики: *from skimage.metrics import structural_similarity as ssim* та шляхи *path1*, *path2* до зображень, які порівнюються знаходимо індекс *s=ssim* з наступного співвідношення:

```
from PIL import Image, ImageTk
from skimage.metrics import structural_similarity as ssim
im1 = np.asarray(Image.open(path1).convert('L'))
im2 = np.asarray(Image.open(path2).convert('L'))
s = round(ssim(im1, im2), 4)
```

На рис. 10 відображено результати аналізу структурної подібності вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів за індексом SSIM

Структурна схожість за індексом SSIM 2D зображень вейвлет спектрів чистих та зашумлених радіолокаційних сигналів

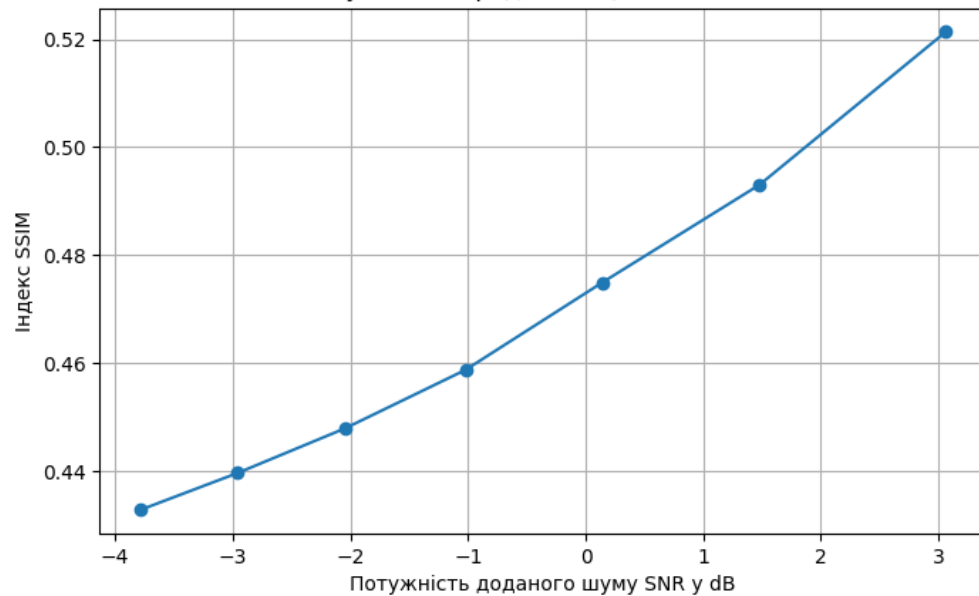


Рис. 10. Аналіз структурної подібності вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів

Отримане співвідношення з лістингу 8 для зрівняння розмірів зображень, що порівнюються, та співвідношення лістингу 9 використовуються для розрахунку індексу структурної подібності. Відповідно до отриманих результатів (рис. 8, 10) помітно, що при зростанні потужності Гаусівського шуму для діапазону від 3 до 4 дБ фрактальна розмірність зображень вейвлет спектру радіолокаційного сигналу зростає практично лінійно за методом Мінковського, а індекс структурної схожості теж лінійно спадає.

У дослідженні використовувались такі сигнали:

Blocks – блоки; Bumps – удари;

Heavisine – «важкий» синус;

Doppler – доплерівський;

Ramp – «пилкоподібний»;

HiSine – функція $\sin(0.6902N\pi t)$;

LoSine – функція $\sin(0.3333N\pi t)$;

LinChirp – з лінійною частотною модуляцією;

TwoChirp – з подвійною лінійною частотною модуляцією;

QuadChirp – із квадратичною залежністю частоти від часу;

MishMash – сума сигналів LinChirp+QuadChirp+HiSine;

WernerSorrows – Вернера;

HypShirps містить дві частоти з гіперболічними функціями від часу; LinChirps містить дві частоти з лінійними функціями від часу;

Chirps – сума чотирьох сигналів з лінійною гіперболічною та квадратичною функціями залежності частот від часу;

Gabor – дві модульовані функції Габора;

Sineoneoverx – синусоїдальний із частотою, обернено пропорційною часу; Piece-Regular – простий імпульсний;

Piece-Polynomial – шматково-поліноміальний;

Riemann – недиференційована функція Рімана.

Для дослідження обрано тип вейвлету: csgau1.

На підставі проведених досліджень (рис. 11) встановлено що максимальний вплив шуму спостерігається для сигналу Doppler та сигналів з групи сигналів з різною частотною модуляцією таких як, «LinChirp», TwoChirp, QuadChirp, HypChirps, LinChirps, Chirps. Це важлива особливість зазначених сигналів при розпізнаванні, але за відсутності результатів структурного аналізу

отримати відповідь на питання чи пошкоджена основна ознака для класифікації структури зображення поставлена задача не може бути вирішена (рис. 12).

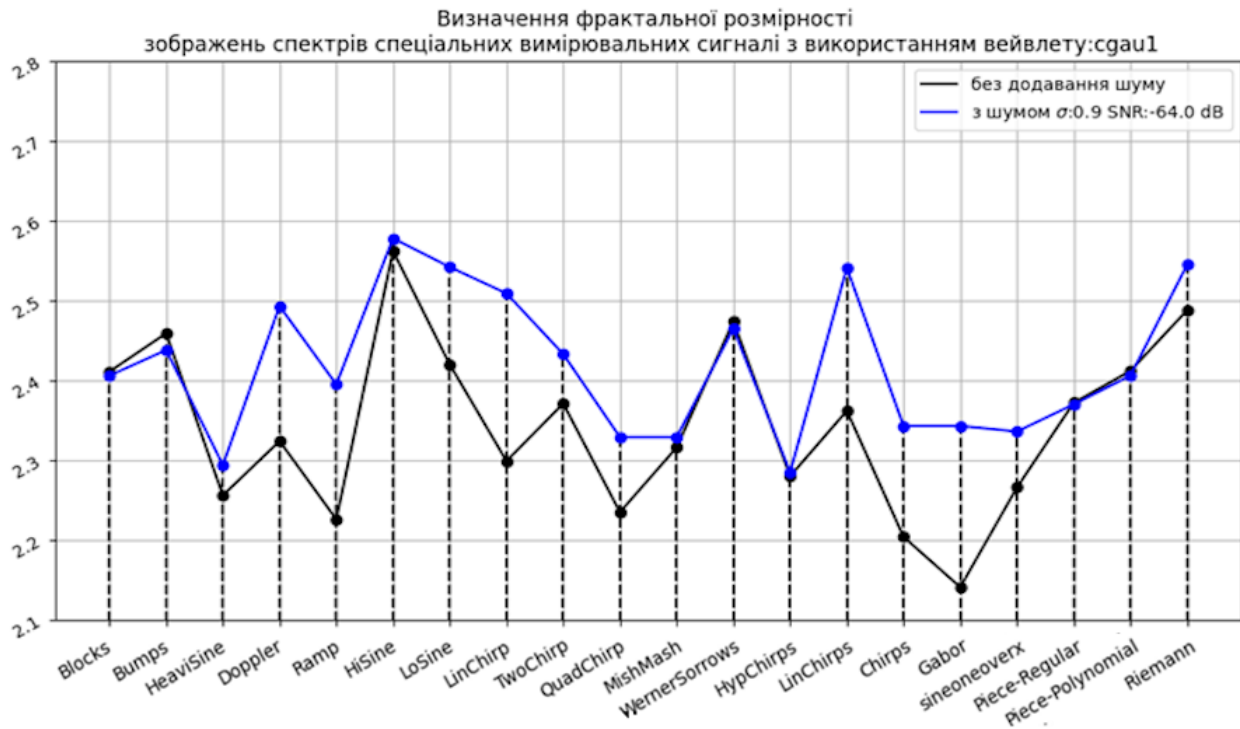


Рис. 11. Визначення фрактальної розмірності зображень вейвлет-спектрів спеціальних сигналів

Тому для аналізу спеціальних сигналів надаються їх аналітичні функції у виді табл. 1.

Таблиця 1

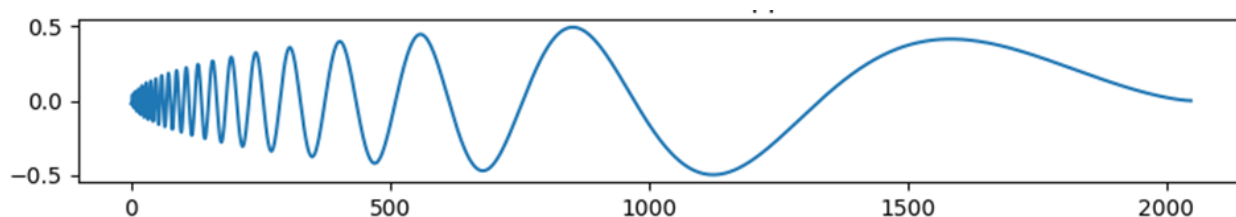
Аналітичні функції для аналізу спеціальних сигналів

№	Сигнал	Аналітичний вираз моделі сигналу
0	Blocks	$f += h(1 + \text{np.sign}(t - t_0)) / 2$
1	Bumps	$f += h / (1 + \text{np.abs}((t - t_0) / w))^{**4}$
2	HeaviSine	$f = 4 * \text{np.sin}(4 * \text{np.pi} * t) - \text{np.sign}(t - 0.3) - \text{np.sign}(0.72 - t)$
3	Doppler	$f = \text{np.sqrt}(t * (1 - t)) * \text{np.sin}(2 * \text{np.pi} * 1.05 / (t + 0.05))$
4	Ramp	$f = t - (t >= .37)$
5	HiSine	$f = \text{np.sin}(\text{np.pi} * (n * .6902) * t)$
6	LoSine	$f = \text{np.sin}(\text{np.pi} * (n * .3333) * t)$
8	LinChirp	$f = \text{np.sin}(\text{np.pi} * t * ((n * .500) * t))$
9	TwoChirp	$f = \text{np.sin}(\text{np.pi} * t * (n * t)) + \text{np.sin}((\text{np.pi} / 3) * t * (n * t))$
7	QuadChirp	$f = \text{np.sin}((\text{np.pi} / 3) * t * (n * t^{**2}))$
8	MishMash	$f = \text{np.sin}((\text{np.pi} / 3) * t * (n * t^{**2}))$ $f += \text{np.sin}(\text{np.pi} * (n * .6902) * t)$ $f += \text{np.sin}(\text{np.pi} * t * (n * .125 * t))$
9	WernerSorrows	$f = \text{np.sin}(\text{np.pi} * t * (n / 2 * t^{**2}))$ $f = f + \text{np.sin}(\text{np.pi} * (n * .6902) * t)$ $f = f + \text{np.sin}(\text{np.pi} * t * (n * t))$ $f += h / (1 + \text{np.abs}((t - p) / w))^{**4}$

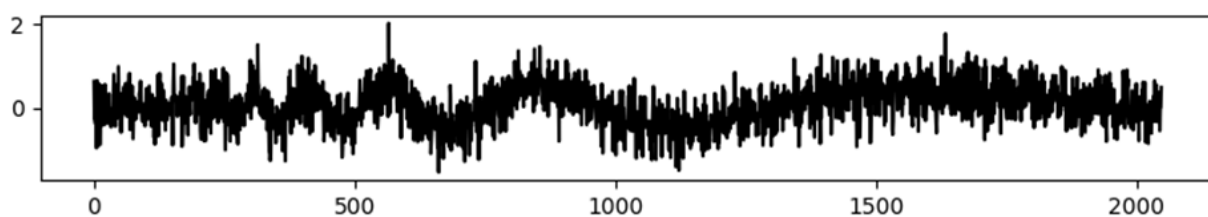
10	HypChirps	$f_1 = \text{np.sin}(\alpha / (.8 - t)) * (0.1 < t) * (t < 0.68)$ $f_2 = \text{np.sin}(\beta / (.8 - t)) * (0.1 < t) * (t < 0.75)$ $f = (f_1 + f_2) * \text{env}$
11	LinChirps	$A_1 = \text{np.sqrt}((t - 1 / n) * (1 - t))$ $f = A_1 * (\text{np.cos}(a * t^{**2}) + \text{np.cos}(b * t + a * t^{**2}))$
12	Chirps	$f_1 = \text{np.cos}(t^{**2} * n / 1024)$ $f_2 = \text{np.cos}(a * (t^{**3}))$ $f_3 = g[i1] * \text{np.cos}(50 * \text{np.pi} * j * n / 1024)$ $f_4 = g[i2] * \text{np.cos}(350 * \text{np.pi} * j * n / 1024)$ $f = f1 + f2 + f3 + f4$
13	Gabor	$f_1 = 3 * g[i1] * \text{np.exp}(1j * (n // 16) * \text{np.pi} * j)$ $f_2 = 3 * g[i2] * \text{np.exp}(1j * (n // 4) * \text{np.pi} * j)$ $f = f1 + f2$
14	Sineoneoverx	$f = \text{np.sin}(1.5 / i1)$
15	Piece-Regular	$\text{bias} = \text{np.sum}(f) / n$ $f = \text{bias} - f$
16	Piece-Polynomial	$\text{bias} = \text{np.sum}(f) / n$ $f = f - \text{bias}$
17	Riemann	$f = \text{np.real}(\text{np.fft.ifft}(f))$

Для аналізу спеціальних функцій була розроблена програма для оптимальної фільтрації зображень за наступним лістингом 10 [23].

Максимальний вплив шуму спостерігається для сигналу Doppler тому для аналізу спектру за допомогою наведеної програми врахувавши третє місце сигналу у переліку спеціальних функцій за допомогою наведеної програми отримаємо графік оптимально отфільтрованого сигналу.



а

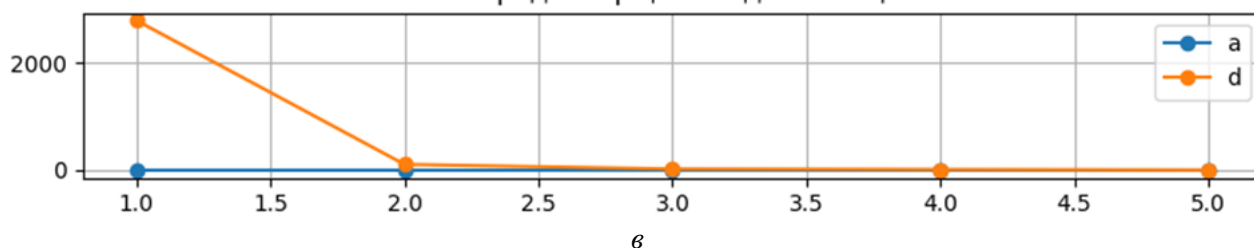


б

Похибки Евклідової відстані від впливу шуму

а - ряд коефіцієнтів апроксимації

д - ряд коефіцієнтів деталізації



в

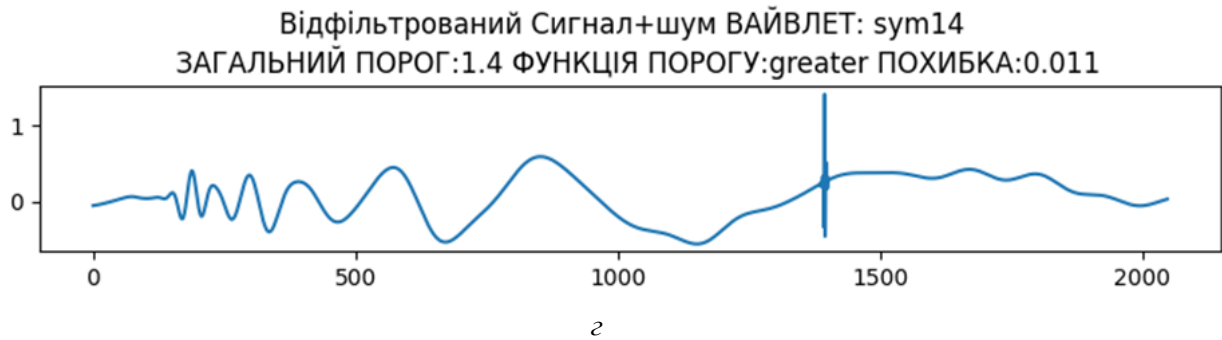


Рис. 12. Графік оптимально відфільтрованого сигналу: *a* – чистий сигнал dopler, *b* – сигнал dopler + шум – 3 DB, *c* – похибки евклідової відстані від впливу шуму, *d* – відфільтрований сигнал

Таким чином область застосування отриманих результатів розповсюджується на 18 спеціальних сигналів по кожному з яких кожному можна отримати наступне:

- Число рівнів декомпозиції чистого сигналу: 6
- Число рівнів декомпозиції сигнал + шум: 6
- Коефіцієнти деталізації: [2795.1149, 108.7055, 22.9384, 13.4274, 3.7427]
- Коефіцієнти апроксимації: [0.898, 0.6345, 0.487, 0.3454, 0.3218]
- Число рівнів декомпозиції відфільтрованого сигналу: 6

На рис. 13 проілюстровані результати аналізу структурної подібності за індексом SSIM між зображеннями вейвлет-спектрів двадцяти спеціальних сигналів за різних значень потужності доданого Гаусівського шуму. На графіку рис. 13 відображено зміну індексу SSIM у залежності від рівня шуму, що дозволяє оцінити ступінь збереження структурних особливостей спектральних зображень.



Рис. 13. Визначення структурної подібності зображень вейвлет-спектрів спеціальних сигналів

Графік, який зображено на рис. 13 демонструє різний характер зниження значень індексу SSIM для кожного типу сигналу. Виходячи з цього можна зробити висновок що кожний тип сигналу має індивідуальну стійкість до шумових спотворень.

Отже у результаті проведених наукових досліджень був розроблений метод 1 для аналізу зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів.

Метод 1 Метод аналізу зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів

Шаг 1. Підготовка до створення зображень вейвлет спектрів спеціальних сигналів. На цьому шазі робиться наступне:

- визначення аналітичних функцій спеціальних сигналів для часової області Таблиця 1;
- для подальшої аугментації адитивно додається до спеціальних сигналів Гаусового шуму $x(t)+noise(n)$ у співвідношення (1). При цьому обмеження за потужністю доданого шуму дивись співвідношення (7-8);
- отримуються тимчасові ряди масштабних вейвлет коефіцієнтів за співвідношенням (2);
- перетворюються ряди масштабних вейвлет коефіцієнтів на зображення спектрів;

Шаг 2. Визначення параметрів для розпізнавання та класифікації згенерованих на шазі 1 зображень вейвлет спектрів спеціальних сигналів. На цьому шазі робиться наступне:

- визначення фрактальної розмірності зображення за методом Мінковського з етапів наведених на рис 6-7;
- обмеження для використання для аугментації зображень отриманих поворотом обрізанням та зміною освітленості рис.9 так як при цьому індекс цілісності дорівнює 1 порівняно із зразковим для розпізнавання;
- визначення спеціальних сигналів з максимальним впливом шуму (рис11).

Шаг. 3 Підготовка даних для систем штучного інтелекту. На цьому шазі робиться наступне:

- визначення сигналу для фільтрації зі списку аналітичних співвідношень для сигналів з Таблиці №1;
- вибирається оптимальні параметри фільтрації з розданого списку наступної структури за допомогою програми Лістинг 10 [23];

Шаг. 4 Оптимізація дискретної вейвлет фільтрації за методом мінімуму середньоквадратичного відхилення.

Шаг 5. Передача підготовлених даних до системи штучного інтелекту для їх подальшої обробки.

Шаг 6. Виведення результатів на екран.

Висновки та перспективи подальшого дослідження

Отримані результати дозволяють комплексно оцінити ефективність запропонованого підходу до аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів в умовах шуму та нелінійних спотворень.

Пояснення отриманих результатів

Результати показали, що побудований метод генерації радіолокаційних сигналів і відповідних вейвлет-спектрів забезпечує відтворення характерних масштабно-часових структур, притаманних різним типам модуляції. Саме ця властивість зумовлює можливість подальшого кількісного аналізу зображень як самостійних структурних об'єктів.

Як встановлено, додавання адитивного гаусівського шуму призводить до поступового руйнування локальної структури спектральних зображень. Це пояснюється тим, що шум рівномірно заповнює масштабно-часову площину, нівелюючи домінантні компоненти сигналу, які формують інформативну структуру спектрограми.

Результати свідчать, що вейвлет-автокогерентність є чутливою до зникнення внутрішніх узгоджених зв'язків між компонентами спектра. Падіння автокогерентності до рівня, характерного для чистого шуму, фізично означає втрату детермінованої структури сигналу у вейвлет-доміні. Саме цим пояснюється можливість використання автокогерентності як критерію граничного рівня шуму.

Зростання фрактальної розмірності, зафіксоване, пояснюється збільшенням структурної складності зображення внаслідок шумових флуктуацій, які заповнюють дрібномасштабні області спектру. Таким чином, фрактальна розмірність відображає не лише геометричну складність, а й ступінь руйнування впорядкованої структури сигналу.

Результати структурного аналізу показують, що індекси SSIM і CW-SSIM адекватно фіксують втрату просторової організації спектру. Менш швидке зменшення CW-SSIM пояснюється його

стійкістю до локальних фазових та геометричних спотворень, що характерні для вейвлет-спектрів зашумлених сигналів.

Переваги запропонованого підходу порівняно з відомими рішеннями

В більшості відомих методів розпізнавання радіолокаційних сигналів, вейвлет-перетворення використовується лише як засіб формування ознак для аналізу часових рядів або як етап попередньої фільтрації. У даному дослідженні об'єктом аналізу є двовимірні зображення вейвлет-спектрів як самостійні структурні об'єкти. У роботі запропонований підхід який дозволяє одночасно враховувати фрактальні, кореляційні та структурні властивості спектральних зображень. У результаті проведених досліджень були визначені кількісні межі допустимого рівня шуму для аугментації даних. Проведені дослідження дозволили оцінювати втрату інформативності не лише за рівнем шуму, а й за збереженням просторової структури.

Ці переваги стають можливими завдяки поєднанню вейвлет-автокогерентності, фрактальної розмірності та структурних індексів SSIM/CW-SSIM в одному узгодженому підході.

Зв'язок отриманих результатів з сформульованою проблемою

Сформульована у розділі «Аналіз досліджень» проблема полягала у відсутності спеціалізованих методів кількісного аналізу структурних властивостей двовимірних зображень вейвлет-спектрів в умовах шуму. Результати розділу показують, що ця проблема частково розв'язується шляхом введення комплексу інваріантних до шуму ознак. Завдяки чому є можливість визначати межу збереження структури спектрограм та відокремлювати інформативні зображення від зображень, що втратили розпізнавальні ознаки. За рахунок цього підвищувати достовірність формування навчальних вибірок для неймережевих систем.

Обмеження дослідження

До обмежень проведеного дослідження слід віднести це у першу чергу що у роботі використовувався переважно синтетичних та спеціальних сигналів з відомими параметрами модуляції та ігнорувалась фазова інформація вейвлет-спектрів. Удосконалені методи мають підвищену обчислювальну складність фрактального та структурного аналізу. Також не враховувалась залежність результатів структурних індексів від попередньої нормалізації та масштабування зображень.

Ці обмеження необхідно враховувати при практичному застосуванні запропонованого підходу.

Недоліки

До недоліків дослідження можна віднести: високу обчислювальну складність, залежність структури зображення від параметрів генерації сигналів, залежність результатів SSIM від попередньої обробки зображень.

Наукова новизна

1. Розроблено та обґрунтовано метод генерації радіолокаційних сигналів і відповідних двовимірних зображень їхніх вейвлет-спектрів, який враховує типи частотної й амплітудної модуляції та параметри безперервного вейвлет-перетворення. Показано, що запропонований підхід забезпечує формування репрезентативних спектральних зображень, придатних для подальшого кількісного структурного та фрактального аналізу.

2. Досліджено вплив адитивного гаусівського шуму на структурні властивості зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів. Встановлено, що зі зростанням потужності шуму відбувається поступове руйнування масштабно-часової структури спектральних зображень, причому характер цих змін суттєво залежить від типу сигналу та параметрів модуляції.

3. Запропоновано критерій визначення допустимого порогу потужності адитивного шуму на основі вейвлет-автокогерентності. Показано, що досягнення автокогерентності рівня, характерного для чистого шуму, відповідає втраті узгодженої структури спектрального зображення і може використовуватися для відокремлення інформативних зображень від неінформативних.

4. Удосконалено застосування фрактального аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів із використанням розмірності Мінківського. Виявлено, що фрактальна розмірність зображень зростає зі збільшенням рівня шуму та чутливо реагує на параметри модуляції сигналів і властивості вейвлета, що дозволяє використовувати її як кількісну ознаку руйнування структурної організації спектрів.

5. Проведено структурний аналіз зображень вейвлет-спектрів із застосуванням індексів структурної подібності SSIM та CW-SSIM. Установлено узгоджений взаємозв'язок між зниженням

структурної подібності, зростанням фрактальної розмірності та досягненням граничного порогу шуму, що забезпечує кількісну оцінку ступеня збереження просторової структури спектральних зображень.

У цілому, на основі розв'язання поставлених задач сформовано узгоджений комплекс інваріантних до шуму ознак, що поєднує вейвлет-автокогерентність, фрактальну розмірність і структурні метрики. Використання цього комплексу дозволяє підвищити достовірність розпізнавання радіолокаційних сигналів і є придатним для обґрунтованої аугментації навчальних вибірок у системах штучного інтелекту.

У роботі вперше запропоновано комплексний метод аналізу двовимірних зображень вейвлет-спектрів радіолокаційних сигналів як самостійних об'єктів розпізнавання, який відрізняється поетапним поєднанням генерації, контролю зашумлення та кількісної оцінки збереження структурних ознак.

На відміну від відомих підходів, у яких вейвлет-перетворення використовується лише як засіб отримання ознак із часових рядів сигналів, Метод 1 базується на аналізі 2D-зображень вейвлет-спектрів і включає такі нові положення:

- уперше введено критерій допустимого рівня адитивного шуму для аугментації спектральних зображень, який визначається не лише відношенням сигнал/шум, а вейвлет-автокогерентністю, що дозволяє відокремлювати інформативні зображення від зображень, які втратили розпізнавальні ознаки;
- запропоновано узгоджене використання вейвлет-автокогерентності, фрактальної розмірності Мінковського та структурних індексів SSIM/CW-SSIM як єдиного комплексу інваріантних до шуму ознак, що дає змогу кількісно оцінювати ступінь руйнування структури вейвлет-спектрів;
- уперше показано, що фрактальна розмірність 2D-вейвлет-спектрів може використовуватися не лише як описова характеристика складності, а як індикатор втрати інформативної структури під дією шуму та параметрів модуляції;
- сформовано формалізовану процедуру підготовки даних для систем штучного інтелекту, за якої аугментація спектральних зображень здійснюється з урахуванням встановленої межі збереження структури, що підвищує достовірність навчальних вибірок.

Перспективи подальшого розвитку

У подальшому розвитку даного дослідження планується провести інтеграцію фрактальних ознак у нейронну мережу та провести оптимізацію алгоритмів для роботи у реальному часі.

Список бібліографічного опису

1. Jakhar, Shyo Prakash, et al. "Fractal feature based image resolution enhancement using wavelet–fractal transformation in gradient domain." *Journal of Circuits, Systems and Computers* 32.02 (2023): 2350035. <https://doi.org/10.1142/S0218126623500354>
2. Мисько, Б. В., Т. В. Січко. "Системи розпізнавання образів та обробки зображень." *Прикладні аспекти сучасних міждисциплінарних досліджень* (2024): 158-160. at: <https://ipasmd.donnu.edu.ua/article/view/14805> (accessed 23.03.2026)
3. Nayak, Soumya Ranjan, and Jibitesh Mishra. "Analysis of medical images using fractal geometry." *Research anthology on improving medical imaging techniques for analysis and intervention*. IGI Global, 2023. 1547-1562. <https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7544-7.ch078>
4. Anderson, C., & Farrell, R. (2022). Improving fractal pre-training. In *Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision* (pp. 1300-1309). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.03091>
5. Zhang, Yu, et al. "Active reconfigurable intelligent surface-aided multiple-input-multiple-output radar detection in the presence of clutter." *IET Radar, Sonar & Navigation* 18.10 (2024): 1796-1813. <https://doi.org/10.1049/rsn2.12623> Digital Object Identifier (DOI)
6. Yan, Bo, et al. "A target detection and tracking method for multiple radar systems." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 60 (2022): 1-21. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2022.3183387>
7. Walenczykowska M., Kawalec A. (2022). Application of Continuous Wavelet Transform and Artificial Neural Network for Automatic Radar Signal Recognition. *Sensors*. Vol. 22. No. 19, pp. 74–34. URL: <https://doi.org/10.3390/s22197434>
8. Abdelfattah, T., Maher, A., Youssef, A., & Driessen, P. F. (2024). Seamless Optimization of Wavelet Parameters for Denoising LFM Radar Signals: An AI-Based Approach. *Remote Sensing*, 16(22), 4211. <https://doi.org/10.3390/s22197434>
9. Xuezhong W. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolution neural network. *Alexandria Engineering Journal*. Vol. 61, No. 5, pp. 3559–3569. At: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.09.002>

10. Тараненко Ю. К., Різун Н. О. (2022). Вейвлет-фільтрація сигналів без використання модельних функцій. Вісті вузів. Радіоелектроніка. Т. 65. № 2. С. 110–125. <https://doi.org/10.20535/S0021347022020042>
11. Греков, О. О., Політ А. Г.. Аналіз штучних нейронних мереж типу cnn." *The 1th International scientific and practical conference "Current issues of science and integrated technologies"* (January 10-13, 2023) Milan, Italy. International Science Group. 2023. 799 p.. 2023.
12. Nahm, Francis Sahngun. Receiver operating characteristic curve: overview and practical use for clinicians. *Korean journal of anesthesiology* .2022. 75.1, pp. 25-36. <https://doi.org/10.4097/kja.21209>
13. Chang, Chein-I. Hyperspectral target detection: Hypothesis testing, signal-to-noise ratio, and spectral angle theories. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2021. 60, pp. 1-23. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3069716>
14. Онуфрієнко, Д. М., & Тараненко, Ю. К. (2024). Фрактальний аналіз зображень вейвлет-спектрів сигналів із лінійною частотною модуляцією. *Computer Science and Applied Mathematics*, (1), 25-35. <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-04>
15. Liu, K., Sun, D., Su, T., Zheng, X., & Li, C. (2023). Design of flexible multi-band miniature antenna based on minkowski fractal structure and folding technique for miniature wireless transmission system. *Electronics*, 12(14), 3059. <https://doi.org/10.3390/electronics12143059>
16. Онуфрієнко, Д. М., and Ю. К. Тараненко. Безпороговий метод дискретної вейвлет-фільтрації зображень." *Cybernetics & Systems Analysis/Kibernetiki i Sistemnyj Analiz* 58.5 (2022). At: https://openurl.ebsco.com/EPDB%3Agcd%3A8%3A22013656/detailv2?sid=ebsco%3Aoc%3Arecord&id=ebsco%3Agcd%3A158945384&bquery=IS%201019-5262%20AND%20VI%2058%20AND%20IP%205%20AND%20DT%202022&page=1&link_origin=none&searchDescription=Cybernetics%20&url=f (accessed 23.03.2026)
17. Wang, Z. (2004). Image quality assessment: Form error visibility to structural similarity. *IEEE Trans. Image Process.*, 13(4), 604-606. <https://doi.org/10.1109/tip.2003.819861>
18. Палагін, Д. В., Палагіна, О. А., Палагін, В. В., Зорін, О. С., & Гожий, О. О. (2021). Метод фільтрації імпульсних шумів на відеозображеннях. *Informatics & Mathematical Methods in Simulation/Informatika ta Matematichni Metodi v Modeluvanni*, 11(4). <https://doi.org/10.15276/imms.v11.n04.303>
19. Баран Ігор Олегович, Андрій Ігорович Яворський. "Методи пошуку шумів на послідовностях зображень." Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів „Актуальні задачі сучасних технологій “ (2014): 177-177.
20. Тараненко, І. К., Олійник, О. Ю., Мороз Б.І., Лопатин В. В. Аналіз часових рядів з використанням вейвлет-автокорелентності та автокореляції. *Кібернетика та системний аналіз*. 2025, № 2, –С.128–141 at: <http://jnas.nbuv.gov.ua/article/UJRN-0001556058> (accessed 23.03.2026)
21. Kolesnykov, A., Khlytsov, M., Semenova, S., & Šercer, M. (2025). Investigation and Optimization of Adhesive Structure Formation on Shell Limestone Surfaces. *Tehnički glasnik*, 19(1), 94-102. <https://doi.org/10.31803/tg-20250108082640>
22. FractalDimension at: <https://github.com/ChatzigeorgiouGroup/FractalDimensin> (accessed 23.03.2026)
23. Program listing 10 at: <https://colab.research.google.com/drive/1iE38ObK9s3DZ3edanvbMFu9fCqH3C8fB?usp=sharing> (accessed 23.03.2026)

References

1. Jakhar, Shyo Prakash, et al. "Fractal feature based image resolution enhancement using wavelet–fractal transformation in gradient domain." *Journal of Circuits, Systems and Computers* 32.02 (2023): 2350035. <https://doi.org/10.1142/S0218126623500354>
2. Мисько, Б. В., Т. В. Січко. "Системи розпізнавання образів та обробки зображень." *Прикладні аспекти сучасних міждисциплінарних досліджень* (2024): 158-160. at: <https://jpasmd.donnu.edu.ua/article/view/14805> (accessed 23.03.2026)
3. Nayak, Soumya Ranjan, and Jibitesh Mishra. "Analysis of medical images using fractal geometry." *Research anthology on improving medical imaging techniques for analysis and intervention*. IGI Global, 2023. 1547-1562. <https://doi.org/10.4018/978-1-6684-7544-7.ch078>
4. Anderson, C., & Farrell, R. (2022). Improving fractal pre-training. In *Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision* (pp. 1300-1309). <https://doi.org/10.48550/arXiv.2110.03091>
5. Zhang, Yu, et al. "Active reconfigurable intelligent surface-aided multiple-input-multiple-output radar detection in the presence of clutter." *IET Radar, Sonar & Navigation* 18.10 (2024): 1796-1813. [https://doi.org/10.1049/rsn2.12623Digital Object Identifier \(DOI\)](https://doi.org/10.1049/rsn2.12623Digital Object Identifier (DOI))
6. Yan, Bo, et al. "A target detection and tracking method for multiple radar systems." *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 60 (2022): 1-21. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2022.3183387>
7. Walencykowska M., Kawalec A. (2022). Application of Continuous Wavelet Transform and Artificial Neural Network for Automatic Radar Signal Recognition. *Sensors*. Vol. 22. No. 19, pp. 74–34. URL: <https://doi.org/10.3390/s22197434>
8. Abdelfattah, T., Maher, A., Youssef, A., & Driessen, P. F. (2024). Seamless Optimization of Wavelet Parameters for Denoising LFM Radar Signals: An AI-Based Approach. *Remote Sensing*, 16(22), 4211. <https://doi.org/10.3390/s22197434>
9. Xuezhong W. (2022). Electronic radar signal recognition based on wavelet transform and convolution neural network. *Alexandria Engineering Journal*. Vol. 61, No. 5, pp. 3559–3569. At: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2021.09.002>
10. Тараненко Ю. К., Різун Н. О. (2022). Вейвлет-фільтрація сигналів без використання модельних функцій. Вісті вузів. Радіоелектроніка. Т. 65. № 2. С. 110–125. <https://doi.org/10.20535/S0021347022020042>

11. Греков, О. О., Політ А. Г.. Аналіз штучних нейронних мереж типу cnn." *The 1th International scientific and practical conference "Current issues of science and integrated technologies"* (January 10-13, 2023) Milan, Italy. International Science Group. 2023. 799 p.. 2023.
12. Nahm, Francis Sahngun. Receiver operating characteristic curve: overview and practical use for clinicians. *Korean journal of anesthesiology*. 2022. 75.1, pp. 25-36. <https://doi.org/10.4097/kja.21209>
13. Chang, Chein-I. Hyperspectral target detection: Hypothesis testing, signal-to-noise ratio, and spectral angle theories. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2021. 60, pp. 1-23. <https://doi.org/10.1109/TGRS.2021.3069716>
14. Онуфрієнко, Д. М., & Тараненко, Ю. К. (2024). Фрактальний аналіз зображень вейвлет-спектрів сигналів із лінійною частотною модуляцією. *Computer Science and Applied Mathematics*, (1), 25-35. <https://doi.org/10.26661/2786-6254-2024-1-04>
15. Liu, K., Sun, D., Su, T., Zheng, X., & Li, C. (2023). Design of flexible multi-band miniature antenna based on minkowski fractal structure and folding technique for miniature wireless transmission system. *Electronics*, 12(14), 3059. <https://doi.org/10.3390/electronics12143059>
16. Онуфрієнко, Д. М., and Ю. К. Тараненко. Безпороговий метод дискретної вейвлет-фільтрації зображень." *Cybernetics & Systems Analysis/Kibernetiki i Sistemnyj Analiz* 58.5 (2022). At: https://openurl.ebsco.com/EPDB%3Agcd%3A8%3A22013656/detailv2?sid=ebsco%3Aocu%3Arecord&id=ebsco%3Agcd%3A158945384&bquery=IS%201019-5262%20AND%20VI%2058%20AND%20IP%205%20AND%20DT%202022&page=1&link_origin=none&searchDescription=Cybernetics%20&crl=f (accessed 23.03.2026)
17. Wang, Z. (2004). Image quality assessment: Form error visibility to structural similarity. *IEEE Trans. Image Process.*, 13(4), 604-606. <https://doi.org/10.1109/tip.2003.819861>
18. Палагін, Д. В., Палагіна, О. А., Палагін, В. В., Зорін, О. С., & Гожий, О. О. (2021). Метод фільтрації імпульсних шумів на відеозображеннях. *Informatics & Mathematical Methods in Simulation/Informatika ta Matematichni Metodi v Modelivanni*, 11(4). <https://doi.org/10.15276/imms.v11.no4.303>
19. Баран Ігор Олегович, Андрій Ігорович Яворський. "Методи пошуку шумів на послідовностях зображень." *Збірник тез доповідей Міжнародної науково-технічної конференції молодих учених та студентів „Актуальні задачі сучасних технологій“* (2014): 177-177.
20. Тараненко, І. К., Олійник, О. Ю., Мороз Б.І., Лопатин В. В. Аналіз часових рядів з використанням вейвлет-автокорелентності та автокореляції. *Кібернетика та системний аналіз*. 2025, № 2, –С.128–141 at: <http://jnas.nbu.gov.ua/article/UJRN-0001556058> (accessed 23.03.2026)
21. Kolesnykov, A., Khlytsov, M., Semenova, S., & Šercer, M. (2025). Investigation and Optimization of Adhesive Structure Formation on Shell Limestone Surfaces. *Tehnički glasnik*, 19(1), 94-102. <https://doi.org/10.31803/tg-20250108082640>
22. FractalDimension at: <https://github.com/ChatzigeorgiouGroup/FractalDimension> (accessed 23.03.2026)
23. Program listing 10 at: <https://colab.research.google.com/drive/1iE38ObK9s3DZ3edanvbMFu9fCqH3C8fB?usp=sharing> (accessed 23.03.2026)

Історія статті:

Отримано: 27.04.2026 Доопрацьовано: 29.05.2026 Прийнято до друку: 23.09.2026 Опубліковано: 29.09.2026