DOI: https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2026-62-24
УДК 004.05
Єрмоленко Ігор Андрійович, аспірант
http://orcid.org/0000-0003-2440-1864
Поліщук Олена Павлівна, асистент кафедри
https://orcid.org/0000-0002-2976-7833
Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

МЕТОД ПОБУДОВИ GL-МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ⟨n, f, k⟩ СИСТЕМ

Єрмоленко І.А., Поліщук О.П. Метод побудови GL-моделей для ⟨*n, f, k*⟩ систем. У статті запропоновано універсальний метод побудови GL-моделей для відмовостійких багатопроцесорних систем класу ⟨*n, f, k*⟩, працездатність яких визначається одночасним виконанням двох умов: обмеженням загальної кількості відмов *f* і відсутністю послідовностей із *k* несправних елементів. GL-моделі застосовуються для оцінювання параметрів надійності системи шляхом проведення статистичних експериментів, що базуються на аналізі її поведінки у потоці відмов. Не існує відомого методу побудови GL-моделей для ⟨*n, f, k*⟩, систем, не дивлячись на те, що такі системи широко поширені, а розрахунок параметру надійності через GL-моделі часто простіший за аналітичні методи, особливо для складних, неоднорідних систем. Запровадження додаткових умов відмови може бути відносно просто враховане в GL-моделях без істотної перебудови, тоді як аналітичні методи зазвичай потребують масштабних перерахунків. Запропонований підхід ґрунтується на використанні МВР-моделей (мінімум втрачених ребер) і передбачає побудову базової моделі, що відмовляє при досягненні порогу відмов *f*, із подальшим посиленням її на векторах стану, які не містять *k* послідовних нульових компонент. Експериментальні результати підтверджують адекватність побудованої GL-моделі щодо відтворення поведінки систем типу ⟨*n, f, k*⟩ у потоці відмов.
Ключові слова: GL-моделі; МВР-моделі; небазові відмовостійкі багатопроцесорні системи; k-out-of-n системи, ⟨n, f, k⟩ systems.

Yermolenko I., Polishchuk O. Method for constructing GL-models for ⟨*n, f, k*⟩ systems. A universal method for constructing GL-models of fault-tolerant multiprocessor systems of the ⟨*n, f, k*⟩ class is proposed in this paper, whose operability is determined by the simultaneous fulfillment of two conditions: a limitation on the total number of failures *f* and the absence of sequences of *k* failed elements. GL-models are employed to evaluate system reliability parameters by performing statistical experiments based on the analysis of system behavior in the failure flow. Currently, no known method exists for constructing GL-models for ⟨*n, f, k*⟩ systems, despite the fact that such systems are widely used and that reliability evaluation using GL-models is often simpler than analytical methods, especially for complex and heterogeneous systems. The introduction of additional failure conditions can be relatively easily incorporated into GL-models without substantial model reconstruction, whereas analytical methods typically require extensive recalculations. The proposed approach is based on minimum lost edges-models and involves the construction of a basic model that fails when the failure threshold *f* is reached, followed by strengthening it on state vectors that do not contain *k* consecutive zero components. Experimental results confirm that the constructed GL-model adequately reproduces the behavior of ⟨*n, f, k*⟩ systems in the failure flow.
Keywords: GL-models; minimum lost edges-models; non-basic fault-tolerant multiprocessor systems; k-out-of-n systems, ⟨n, f, k⟩ systems.

Постановка наукової проблеми. Сучасні автоматизовані системи керування (СК) суттєво зменшили рівень безпосередньої участі людини у функціонуванні складних технічних систем. Зниження залежності від людського фактора сприяє підвищенню стабільності роботи СК, унаслідок чого оператор виконує значно менше рутинних і повторюваних дій. Водночас автоматизовані СК забезпечують можливість розв'язання завдань із високим рівнем обчислювальної складності завдяки значним обчислювальним можливостям. Як правило, такі СК побудовані на основі мікропроцесорних систем, які здатні отримувати дані від контролерів, аналізувати їх і формувати керуючі сигнали відповідно до отриманої інформації.

У окремих випадках аварійні відмови СК можуть призводити до масштабних матеріальних збитків і фінансових втрат, насамперед у галузях авіаційної та космічної техніки, енергетичних систем і критично важливих інфраструктур. Особливо небезпечними є відмови в автоматизованих системах керування транспортними та авіаційними засобами, зокрема тими, що оснащені автопілотними технологіями, оскільки їхнє функціонування залежить від автономної обробки даних із зовнішнього середовища та самостійного ухвалення рішень. У результаті вихід з ладу навіть одного модуля може призвести до неконтрольованої втрати об'єкта або мати катастрофічні наслідки.

У зв'язку з цим особливо важливо, щоб такі системи забезпечували безперервну роботу протягом заданого часу в межах визначених умов експлуатації. Інакше кажучи, головним критерієм їхньої ефективності є показник надійності. Водночас навіть системи з високим рівнем надійності не застраховані від відмов, а отже, першочергового значення набуває відмовостійкість - здатність системи підтримувати працездатність при виході з ладу одного чи декількох компонентів.

З огляду на ключове значення надійності та безпеки, у процесі проєктування таких СК застосовуються відмовостійкі багатопроцесорні системи (ВБС). Їхня архітектура ґрунтується на використанні кількох процесорів, що забезпечує працездатність системи навіть за умов виходу з ладу окремих із них. Під час створення ВБС першочергова увага приділяється методам розрахунку надійності та аналізу рівня безпеки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Базовою називають ВБС яка залишається у робочому стані якщо кількість відмов не перевищує певного порогу m, тобто коли кількість справних процесорів не менша за $n - m$, де n - це загальна кількість процесорів у системі. В свою чергу, небазові системи, на відміну від базових, можуть по-різному реагувати на однакову кількість відмов залежно від конкретної їх комбінації. Зокрема, система може вийти з ладу при одному наборі m відмов і залишатися працездатною при іншому наборі тієї ж кратності.

У науковій літературі базові системи часто позначають як *k-out-of-n* системи (типу :F або :G) [1][2]. Такі системи відмовляють, коли відмовляють k компонентів (*k-out-of-n:F*), або залишаються працездатними, якщо функціонують k із n компонентів (*k-out-of-n:G*). У межах цієї роботи використовується позначення *k-out-of-n* для систем типу *k-out-of-n:F*..

Переважна частина реальних систем є небазовими, оскільки умови збереження їхньої працездатності залежать від складних поєднань відмов.

Для аналізу надійності як базових, так і небазових ВБС розроблено широкий спектр аналітичних методів. Залежно від умов відмов і топології системи, виділяють такі типи структур: *k-out-of-n* [1][2]; *consecutive-k-out-of-n* [3]; *consecutive-k-within-m-out-of-n* [4]; *consecutive-k-out-of-r-from-n* [5]; *m-consecutive-k-out-of-n* [6]; *(n, f, k)* [7]; $\langle n, f, k \rangle$ [7]; *m-consecutive-k, l-out-of-n* [8]; *k_c-out-of-n* [9]; *consecutive-(r, s)-out-of-(m, n)* [10]; *consecutive-k_r-out-of-n_r* [11] тощо.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Основним обмеженням аналітичних підходів є те, що у разі зміни або введення додаткових умов відмов виникає потреба в розробленні нових методик розрахунку.

Альтернативним підходом до оцінювання надійності ВБС виступає метод статистичного моделювання поведінки системи у потоці відмов. На відміну від аналітичних методів, статистичне моделювання не потребує значних перерахунків під час побудови моделі та може розглядатися як універсальний підхід. Головним недоліком статично моделювання можна вважати залежність точності оцінки параметра надійності від кількості експериментів. GL-модель [12][13] може бути використана як модель поведінки ВБС у потоці відмов. GL-модель являє собою неорієнтований граф, ребрам якого приписано булеві функції. Аргументами цих функцій виступають змінні x_i, що формують вектор стану системи в якому $x_i = 1$ означає, що процесор справний, а $x_i = 0$ - що процесор, що відмовив. Якщо значення функції, призначеної ребру, дорівнює нулю, відповідне ребро вилучається з графа. Втрата зв’язності графа інтерпретується як відмова всієї системи.

Як і ВБС, GL-моделі поділяються на базові та небазові. Базова GL-модель описує систему з n елементів, яка продовжує функціонувати за умови, що не більш ніж m елементів вийшли з ладу, де $n > m$. Порушення зв’язності графа має місце тоді, коли у векторі стану присутні $m + 1$ або більша кількість нульових компонент. Небазова GL-модель утворюється шляхом трансформації базової, що полягає у зміні поведінки моделі на окремих векторах стану з метою точнішого відображення реальної поведінки системи у потоці відмов. Така зміна поведінки на заданому векторі називається його блокуванням.

Відповідно до [14], модель $K(m, n)$ допускає два типи модифікацій: ослаблення - втрата зв’язності відбувається для окремих векторів із кількістю нулів, що не перевищує m, та підсилення - коли зв’язність зберігається для вибраних векторів, що містять більше ніж m нульових компонент. Реалізація таких змін може здійснюватися через зміну булевих функцій, приписаних ребрам графа, зміну топології графа або комбінування обох підходів.

До переваг застосування GL-моделей для опису поведінки ВБС належить можливість урахування додаткових умов відмов, зокрема виходу з ладу певних груп процесорів або будь-яких послідовностей із k взаємопов’язаних елементів, без необхідності повної перебудови моделі. Крім того, GL-моделі дають змогу відносно просто описати композиційні системи, що складаються з підсистем із різними умовами відмов. Водночас використання аналітичних методів потребує суттєвих перерахунків щоразу при зміні умов відмов або структури системи.

Мета дослідження. У [14][15][16] були запропоновані методи побудови GL-моделей для систем типів *consecutive-k-out-of-n*, *(n, f, k)*, *consecutive-k-within-m-out-of-n*, *consecutive-(r, s)-out-of-(m, n)*, а також системи змішаного типу, поведінка яких у потоці відмов відповідала декільком типам систем одночасно. Разом із тим у наведених дослідженнях не розглянуто системи класу ⟨*n, f, k*⟩ [7], унаслідок чого залишається невирішеним питання розроблення універсального підходу до побудови GL-моделей для таких структур.

Системи типу ⟨*n, f, k*⟩ розглядаються як узагальнення базових *k-out-of-n* систем і описують відмовостійкі системи, працездатність яких визначається не лише загальною кількістю несправних елементів, а й характером їх взаємного розташування в структурі. Інакше кажучи, система залишається працездатною доти, доки число елементів, що відмовили не перевищує допустимий поріг *f* і водночас несправні елементи, що з'єднані між собою, не утворюють послідовність розміром *k*. Тобто, на відміну від (*n, f, k*) систем, де система виходить з ладу при настанні однієї з двох умов: або відмова *f* елементів, або .відмова *k* послідовних елементів, в ⟨*n, f, k*⟩ ці умови повинні виконуватись одночасно.

Попри наявні аналітичні підходи до оцінювання надійності систем типу ⟨*n, f, k*⟩ та пов'язаних із ними моделей *k-out-of-n*, універсальний метод побудови GL-моделей для структур цього класу наразі відсутній.

Отже, метою даного дослідження є розробка універсального методу побудови GL-моделей, що адекватно відображають поведінку систем типу ⟨*n, f, k*⟩ у потоці відмов.

Основна частина дослідження. Метод побудови GL-моделі для ⟨*n, f, k*⟩ системи можна розділити на побудову базової GL-моделі, що виходить з ладу при *f* відмовах, та на посилення цієї моделі на векторах, що не містять *k* послідовних елементів. В [14][15][16] методи побудови GL-моделей для *consecutive-k-out-of-n*, (*n, f, k), consecutive-(r, s)-out-of-(m, n), consecutive-k-within-m-out-of-n* , а, також, для змішаних систем, базуються на МВР-моделях (мінімум втрачених ребер) [17]. Метод побудови GL-моделей для ⟨*n, f, k*⟩ систем також буде базуватись на МВР-моделях. Однією з характерних властивостей МВР-моделей є те, що в графі моделі *K(m, n)* при наявності m відмов відбувається втрата рівно одного ребра, а за $m + 1$ відмов - уже двох ребер. Якщо ж кількість відмов є меншою за m, то структура графа залишається незмінною і жодне ребро не втрачається. Загальну кількість втрачених ребер можна визначити за формулою:

$$\psi(m,l) = \begin{cases} 0, if\ l < m \\ l - m + 1, if\ l \geq m \end{cases}.$$

Кількість ребер в графі, і, відповідно, кількість реберних функцій можна порахувати за формулою [17]:

$$\rho(m,n) = n - m + 1$$

Розпочнемо з побудови базової моделі, що відображає поведінку системи в потоці відмов, яка виходить з ладу при відмові будь-яких *f* і більше елементів. Оскільки відомо, що для виходу з ладу такої системи, повинні відмовити мінімум *f* елементів, то максимально допустима кількість елементів, що відмовили, при якій система залишатиметься у робочому стані буде:

$$m = f - 1.$$

Побудуємо МВР-модель *K(m, n)*. Отриману модель модифікуємо таким чином, щоб врахувати умову про вихід з ладу системи при відмові *k* послідовних процесорів. Так як за заданими умовами, система може залишатись у робочому стані навіть при $m+1$ відмові, якщо відсутні *k* послідовно з'єднаних процесорів, що вийшли з ладу, то модифікуємо реберні функції так, щоб граф не втрачав зв'язність на векторах з $m+1$ нулями, що не містять *k* послідовних нулів. Така модифікація називається посиленням моделі, оскільки модель перестане втрачати зв'язність на деяких векторах з $m+1$ нулями.

Для посилення моделі спочатку визначимо функцію g' - кон'юнкцію всіх диз'юнкцій кожних *k* послідовних аргументів реберної функції, що модифікується. Функцію g' можна описати як:

$$g' = \wedge_{i=l}^{c-k+1} \left(\vee_{j=i}^{i+k-1} x_j \right),$$

де *c* – кількість аргументів x_i в реберній функції, яка модифікується, а *l* – мінімальний номер аргументу функції. Далі змінимо всі реберні функції, додавши через кон'юнкцію до кожної функцію g'.

Тобто, якщо реберна функція виглядає як:

$$g_5 = x_5 \vee x_6 \vee x_7 \vee x_8,$$

то після модифікації, вона матиме вигляд:

$$g_5{}' = (x_5 \lor x_6 \lor x_7 \lor x_8) \lor ((x_5 \lor x_6)(x_6 \lor x_7)(x_7 \lor x_8)),$$

при умові, що $k = 2$.

Варто відмітити, що зазвичай реберні функції позначаються буквою *f*. Проте в даній роботі реберні функції будуть позначатись як *g* – для того, щоб уникнути плутанини в контексті ⟨*n, f, k*⟩ систем.

Розглянемо приклад. Нехай задана ⟨*n, f, k*⟩ система, що складається з *n* процесорів, кожен з яких має 2*k* портів для з’єднання з процесорами і іншими елементами системи. Кожен процесор у системі з’єднаний з сусідніми процесорами, а також з усіма процесорами на відстані від 1 до *k*-1. Перші і останні процесори у системі з’єднані з зовнішніми вузлами. Зовнішні вузли при розрахунку надійності враховувати не будемо, оскільки це може ввести додаткові умови виходу системи з ладу, що відрізняються від умов ⟨*n, f, k*⟩ систем: система виходить з ладу при виході з ладу будь-яких *f* компонентів, якщо серед них є *k* послідовних компонентів, що відмовили.

Розглянута топологія може інтерпретуватися як розподілена обчислювально-комунікаційна система реального часу, що складається з *n* послідовно розміщених обчислювальних модулів, з’єднаних надлишковими каналами зв’язку, та двох спеціалізованих інтерфейсних вузлів, які виконують функції введення і виведення даних. Кожен обчислювальний модуль здійснює локальну обробку потоку інформації і водночас підтримує переспрямування трафіку через сусідні вузли та вузли, розташовані на відстані до $k - 1$ позицій, що забезпечує існування альтернативних маршрутів у разі локальних відмов.

Для підтримки працездатності системи в умовах деградації до складу архітектури введено централізований диспетчер резервних ресурсів (dispatcher), який здійснює моніторинг станів обчислювальних модулів і динамічний розподіл доступної обчислювальної та комунікаційної надлишковості. За наявності обмеженої кількості відмов, у тому числі фрагментів із послідовними відмовленими модулями довжини меншої за *k*, диспетчер забезпечує функціональну зв’язність системи шляхом перенаправлення потоків і перерозподілу навантаження між працездатними вузлами.

Відмова системи в моделі ⟨*n*, *f*, *k*⟩ інтерпретується як втрата функціональної працездатності, а не обов’язково як структурна розірваність графа. Зокрема, стан відмови фіксується у випадку, коли одночасно виконується дві умови: загальна кількість відмовлених модулів досягає або перевищує порогове значення *f*, що означає вичерпання резервних ресурсів, і серед відмов наявний принаймні один фрагмент із *k* послідовних модулів, який утворює локальний топологічний вузький сегмент (bottleneck) у мережі передавання даних. За таких умов диспетчер більше не здатний гарантувати дотримання заданих вимог до пропускної здатності та часових обмежень, унаслідок чого система переходить у стан відмови.

З прикладної точки зору, наведена модель відповідає класу розподілених обчислювальних і систем контролю реального часу, у яких локальні групові відмови призводять до структурної деградації сегментів мережі, тоді як сумарна кількість відмов визначає доступність глобальних обчислювальних і комунікаційних ресурсів. Запропонована топологія відображає компроміс між складністю апаратної реалізації та рівнем відмовостійкості, забезпечуючи можливість обходу локальних дефектів довжини до $k - 1$ і водночас коректне моделювання переходу системи в нефункціональний стан при вичерпанні резерву, що формалізується параметром *f*.

Нехай задана ⟨*n, f, k*⟩ система має наступні параметри: $n = 10$, $f = 5$, $k = 3$. Схематично така система зображена на рис. 1.

Розпочнемо з побудови МВР-моделі. Число *m* (максимально допустима кількість відмов при якій система залишається у робочому стані) буде:

$$m = f - 1 = 5 - 1 = 4.$$

Визначимо реберні функції МВР-моделі *K*(4, 10) відповідно до [17]:

$$g_1 = x_1 \lor x_2 \lor x_3 \lor x_4;$$

$$g_2 = (x_1 \lor x_2 \lor x_3)\big((x_1 \lor x_2)(x_1x_2 \lor x_3) \lor x_4\big) \lor x_5;$$

$$g_3 = (x_1 \lor x_2 \lor x_3)\big((x_1 \lor x_2)(x_1x_2 \lor x_3) \lor x_4x_5\big) \land (x_1x_2x_3 \lor x_4 \lor x_5) \lor x_6x_7x_8x_9x_{10};$$

$$g_4 = (x_1 \lor x_2)(x_1x_2 \lor x_3)(x_1x_2x_3 \lor x_4 \lor x_5)(x_4 \lor x_5) \lor$$
$$\lor (x_6 \lor x_7)(x_6x_7 \lor x_8)(x_6x_7x_8 \lor x_9 \lor x_{10})(x_9 \lor x_{10});$$

$$g_5 = x_1x_2x_3x_4x_5 \lor (x_6 \lor x_7 \lor x_8) \land \big((x_6 \lor x_7)(x_6x_7 \lor x_8) \lor x_9x_{10}\big)(x_6x_7x_8 \lor x_9 \lor x_{10});$$

$$g_6 = x_6 \lor (x_7 \lor x_8 \lor x_9)\big((x_7 \lor x_8)(x_7x_8 \lor x_9) \lor x_{10}\big);$$

$$g_7 = x_7 \vee x_8 \vee x_9 \vee x_{10}.$$

Модифікуємо реберні функції МВР-моделі $K(4, 10)$, так щоб втрата ребер графа відбувалась тільки при k послідовних нулях:

$$g_1{}' = (x_1 \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \vee \big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x_4)\big);$$

$$g_2{}' = \Big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)\big((x_1 \vee x_2)(x_1 x_2 \vee x_3) \vee x_4\big) \vee x_5\Big) \vee$$
$$\vee \big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_3 \vee x_4 \vee x_5)\big);$$

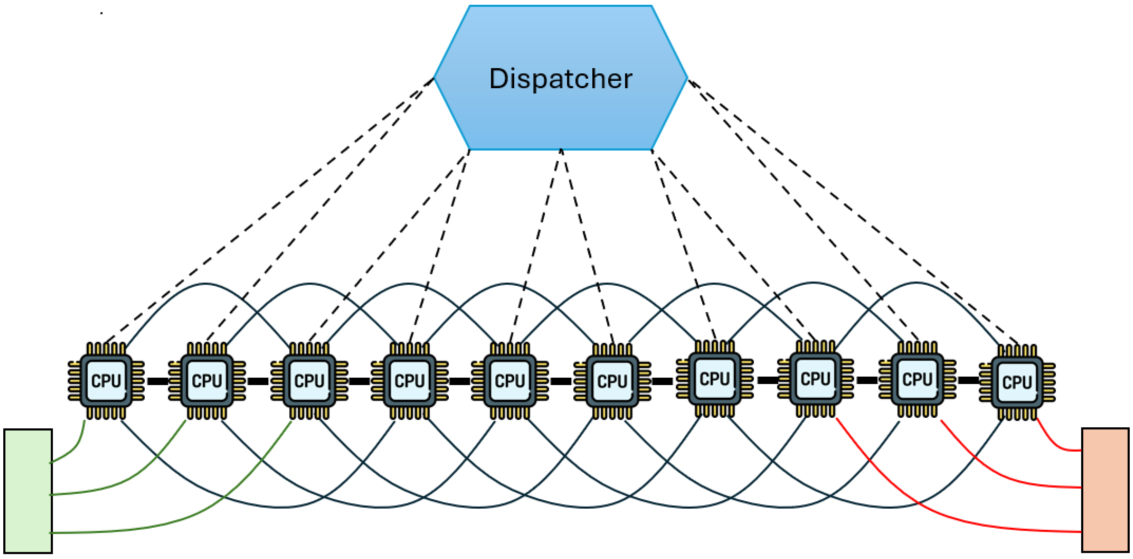

Рис. 1. Приклад ⟨n, f, k⟩ системи для *n = 10, f = 5, k = 3*

$$g_3{}' = \Big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)\big((x_1 \vee x_2)(x_1 x_2 \vee x_3) \vee x_4 x_5\big) \wedge (x_1 x_2 x_3 \vee x_4 \vee x_5) \vee x_6 x_7 x_8 x_9 x_{10}\Big) \vee$$
$$\vee \big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_4 \vee x_5 \vee x_6) \wedge$$
$$\wedge (x_5 \vee x_6 \vee x_7)(x_6 \vee x_7 \vee x_8)(x_7 \vee x_8 \vee x_9)(x_8 \vee x_9 \vee x_{10})\big);$$

$$g_4{}' = \big((x_1 \vee x_2)(x_1 x_2 \vee x_3)(x_1 x_2 x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_4 \vee x_5) \vee$$
$$\vee (x_6 \vee x_7)(x_6 x_7 \vee x_8)(x_6 x_7 x_8 \vee x_9 \vee x_{10})(x_9 \vee x_{10})\big) \vee$$
$$\vee \big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_4 \vee x_5 \vee x_6) \wedge$$
$$\wedge (x_5 \vee x_6 \vee x_7)(x_6 \vee x_7 \vee x_8)(x_7 \vee x_8 \vee x_9)(x_8 \vee x_9 \vee x_{10})\big);$$

$$g_5{}' = x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 \vee (x_6 \vee x_7 \vee x_8) \wedge \big((x_6 \vee x_7)(x_6 x_7 \vee x_8) \vee x_9 x_{10}\big)(x_6 x_7 x_8 \vee x_9 \vee x_{10}) \vee$$
$$\vee \big((x_1 \vee x_2 \vee x_3)(x_2 \vee x_3 \vee x_4)(x_3 \vee x_4 \vee x_5)(x_4 \vee x_5 \vee x_6) \wedge$$
$$\wedge (x_5 \vee x_6 \vee x_7)(x_6 \vee x_7 \vee x_8)(x_7 \vee x_8 \vee x_9)(x_8 \vee x_9 \vee x_{10})\big);$$

$$g_6{}' = \Big(x_6 \vee (x_7 \vee x_8 \vee x_9)\big((x_7 \vee x_8)(x_7 x_8 \vee x_9) \vee x_{10}\big)\Big) \vee$$
$$\vee \big((x_6 \vee x_7 \vee x_8)(x_7 \vee x_8 \vee x_9)(x_8 \vee x_9 \vee x_{10})\big);$$

$$g_7{}' = (x_7 \vee x_8 \vee x_9 \vee x_{10}) \vee \big((x_7 \vee x_8 \vee x_9)(x_8 \vee x_9 \vee x_{10})\big).$$

Експериментально доведено, що отримана небазова GL-модель $K'(4, 10)$ відповідає поведінці заданої $\langle n, f, k \rangle$ системи у потоці відмов. Наприклад, граф зберігає зв'язність на векторах 0010011110, 0101010101, або навіть 0010010010 (більше ніж *f* нулів, але жодної послідовності довжиною *k*). Також зв'язність зберігається на таких послідовностях як 0000111111, 1000011111, 1100001111, 1110000111, 1111000011, 1111100001, 1111110000 (тобто *k*+1 послідовних нулів, але менше *f* загальних відмов). В свою чергу граф втрачає зв'язність на таких векторах як 0001011110, 0101110001, 0000011111.

Висновки та перспективи подальшого дослідження. У статті запропонований метод побудови GL-моделей для $\langle n, f, k \rangle$ систем. На відміну від базових *k-out-of-n* систем, що виходять з ладу при відмові будь-яких *k* компонентів, $\langle n, f, k \rangle$ системи виходять з ладу при настанні обох умов: відмові будь-яких *f* елементів, і відмові *k* послідовних елементів. Тобто частина елементів, що відмовили повинні утворювати послідовність мінімум розміром k. Запропонований ме тод ґрунтується на МВР-моделях (мінімум втрачених ребер). Спочатку будується базова МВР-модель системи, що виходить з ладу при f відмовах. Отримана модель посилюється на векторах, що не містять k послідовних нулів шляхом модифікації реберних функції. Модифікована модель буде повністю відповідати поведінці заданої системи у потоці відмов.

Були проведені експерименти, які підтвердили, що побудовані моделі адекватно відтворюють поведінку $\langle n, f, k\rangle$ системи у потоці відмов. Продемонстрований приклад побудови GL-моделі для такої системи.

Запропонований підхід може бути застосований не тільки до відмовостійких систем, де елементами є процесори, але й до систем, що складаються з елементів іншого типу.

Подальші дослідження можуть бути присвячені пошуку інших шляхів побудови GL-моделей для заданого типу систем (наприклад, шляхом модифікацій реберних функцій), або розробці методів побудови GL-моделей для інших типів систем.

Список бібліографічного опису

1. Huynh K. T., Vu H. C., Nguyen T. D., Ho A. C. A predictive maintenance model for *k*-out-of-*n*:F continuously deteriorating systems subject to stochastic and economic dependencies // Reliability Engineering & System Safety. 2022. Vol. 226. Art. 108671. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108671.
2. Asadi M. On the phase transition of *k*-out-of-*n* systems with applications to optimal maintenance // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2024. Vol. 435. Art. 115286. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cam.2023.115286.
3. Dui H., Tian T., Zhao J., Wu S. Comparing with the joint importance under consideration of consecutive-*k*-out-of-*n* system structure changes // Reliability Engineering & System Safety. 2022. Vol. 219. Art. 108255. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108255.
4. Torrado N. Tail behavior of consecutive 2-within-*m*-out-of-*n* systems with nonidentical components // Applied Mathematical Modelling. 2015. Vol. 39, No. 15. P. 4586–4592. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.12.042.
5. Chachra A., Ram M., Kumar A. A pythagorean fuzzy approach to consecutive *k*-out-of-*r*-from-*n* system reliability modelling // International Journal of System Assurance Engineering and Management. 2024. P. 1–12. DOI: https://doi.org/10.1007/s13198-024-02435-3.
6. Triantafyllou I. S. On the combined *m*-consecutive-*k*-out-of-*n*:F and consecutive-*k* *c*-out-of-*n*:F reliability system: Some advances // Advances in Reliability Science 4.0 / eds. M. Ram, L. Xing. 2023. P. 463–476. DOI: https://doi.org/10.1016/B978-0-323-99204-6.00004-2.
7. Kamalja K. K., Shinde R. L. On the reliability of (n, f, k) and $\langle n, f, k\rangle$ systems // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2014. Vol. 43, No. 8. P. 1649–1665. DOI: https://doi.org/10.1080/03610926.2012.673674.
8. Özbey F. Reliability evaluation of *m*-consecutive-*k*, *l*-out-of-*n*:F system subjected to shocks // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability. 2022. Vol. 236, No. 6. P. 1135–1146. DOI: https://doi.org/10.1177/1748006X211048992.
9. Lu J., Yi H., Li X., Balakrishnan N. Joint reliability of two consecutive-$(1, l)$ or $(2, k)$-out-of-$(2, n)$:F type systems and its application in smart street light deployment // Methodology and Computing in Applied Probability. 2023. Vol. 25, No. 1. Art. 33. DOI: https://doi.org/10.1007/s11009-023-09984-3.
10. Lin C., Cui L. R., Coit D. W., Lv M. Reliability modeling on consecutive-*kr*-out-of-*nr*:F linear zigzag structure and circular polygon structure // IEEE Transactions on Reliability. 2016. Vol. 65, No. 3. P. 1509–1521. DOI: https://doi.org/10.1109/TR.2016.2570545.
11. Romankevich A. M., Karachun L. F., Romankevich V. A. Graph logical models for the analysis of complex fault tolerant computing systems // Electronic Modeling. 2001. Vol. 23, No. 1. P. 102–111.
12. Romankevich V. A., Rabh Moh’d Ahmad Al Shbul, Nazarenko V. V. On the minimization of basic cyclic GL models // Visnyk TUP. Technical Sciences. 2004. Vol. 2, No. 1. P. 42–46.
13. Morozov K. V., Romankevich A. M., Romankevich V. A. On the nature of the influence of modification of edge functions of a GL model on its behavior in a failure flow // Radio Electronic and Computer Systems. 2016. No. 6. P. 108–112.
14. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M. Graph logical models for (n, f, k) and consecutive-*k*-out-of-*n* systems // Herald of Advanced Information Technology. 2024. Vol. 7, No. 3. P. 296–308. DOI: https://doi.org/10.15276/hait.07.2024.21.
15. Yermolenko I. A. Method for constructing GL models for consecutive *k*-within-*m*-out-of-*n* systems // Computer-Integrated Technologies: Education, Science, Industry. 2025. No. 61. P. 6–11. DOI: https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-61-01.
16. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M., Melnyk O. O. Generalization of the method for constructing GL models of complex fault tolerant multiprocessor systems with additional failure conditions // Nauka i Tekhnika (AAIT). 2025. Vol. 8, No. 2. P. 216–230. DOI: https://doi.org/10.15276/aait.08.2025.15.
17. Romankevich V. A., Potapova E. R., Bakhtari Kh., Nazarenko V. V. GL model of behavior of fault tolerant multiprocessor systems with a minimal number of lost edges // Visnyk NTUU “KPI”. Informatics, Operation and Computer Science. 2006. Vol. 45. P. 93–100.

References

1. Huynh K. T., Vu H. C., Nguyen T. D., Ho A. C. A predictive maintenance model for k-out-of-n:F continuously deteriorating systems subject to stochastic and economic dependencies // Reliability Engineering & System Safety. 2022. Vol. 226. Art. 108671. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2022.108671.

2. Asadi M. On the phase transition of k-out-of-n systems with applications to optimal maintenance // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2024. Vol. 435. Art. 115286. DOI: https://doi.org/10.1016/j.cam.2023.115286.

3. Dui H., Tian T., Zhao J., Wu S. Comparing with the joint importance under consideration of consecutive-k-out-of-n system structure changes // Reliability Engineering & System Safety. 2022. Vol. 219. Art. 108255. DOI: https://doi.org/10.1016/j.ress.2021.108255.

4. Torrado N. Tail behavior of consecutive 2-within-m-out-of-n systems with nonidentical components // Applied Mathematical Modelling. 2015. Vol. 39, No. 15. P. 4586–4592. DOI: https://doi.org/10.1016/j.apm.2014.12.042.

5. Chachra A., Ram M., Kumar A. A pythagorean fuzzy approach to consecutive k-out-of-r-from-n system reliability modelling // International Journal of System Assurance Engineering and Management. 2024. P. 1–12. DOI: https://doi.org/10.1007/s13198-024-02435-3.

6. Triantafyllou I. S. On the combined m-consecutive-k-out-of-n:F and consecutive-k c-out-of-n:F reliability system: Some advances // Advances in Reliability Science 4.0 / eds. M. Ram, L. Xing. 2023. P. 463–476. DOI: https://doi.org/10.1016/B978-0-323-99204-6.00004-2.

7. Kamalja K. K., Shinde R. L. On the reliability of (n, f, k) and $\langle n, f, k \rangle$ systems // Communications in Statistics – Theory and Methods. 2014. Vol. 43, No. 8. P. 1649–1665. DOI: https://doi.org/10.1080/03610926.2012.673674.

8. Özbey F. Reliability evaluation of m-consecutive-k, l-out-of-n:F system subjected to shocks // Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability. 2022. Vol. 236, No. 6. P. 1135–1146. DOI: https://doi.org/10.1177/1748006X211048992.

9. Lu J., Yi H., Li X., Balakrishnan N. Joint reliability of two consecutive-(1, l) or (2, k)-out-of-(2, n):F type systems and its application in smart street light deployment // Methodology and Computing in Applied Probability. 2023. Vol. 25, No. 1. Art. 33. DOI: https://doi.org/10.1007/s11009-023-09984-3.

10. Lin C., Cui L. R., Coit D. W., Lv M. Reliability modeling on consecutive-kr-out-of-nr:F linear zigzag structure and circular polygon structure // IEEE Transactions on Reliability. 2016. Vol. 65, No. 3. P. 1509–1521. DOI: https://doi.org/10.1109/TR.2016.2570545.

11. Romankevich A. M., Karachun L. F., Romankevich V. A. Graph logical models for the analysis of complex fault tolerant computing systems // Electronic Modeling. 2001. Vol. 23, No. 1. P. 102–111.

12. Romankevich V. A., Rabh Moh'd Ahmad Al Shbul, Nazarenko V. V. On the minimization of basic cyclic GL models // Visnyk TUP. Technical Sciences. 2004. Vol. 2, No. 1. P. 42–46.

13. Morozov K. V., Romankevich A. M., Romankevich V. A. On the nature of the influence of modification of edge functions of a GL model on its behavior in a failure flow // Radio Electronic and Computer Systems. 2016. No. 6. P. 108–112.

14. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M. Graph logical models for (n, f, k) and consecutive-k-out-of-n systems // Herald of Advanced Information Technology. 2024. Vol. 7, No. 3. P. 296–308. DOI: https://doi.org/10.15276/hait.07.2024.21.

15. Yermolenko I. A. Method for constructing GL models for consecutive k-within-m-out-of-n systems // Computer-Integrated Technologies: Education, Science, Industry. 2025. No. 61. P. 6–11. DOI: https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-61-01.

16. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M., Melnyk O. O. Generalization of the method for constructing GL models of complex fault tolerant multiprocessor systems with additional failure conditions // Nauka i Tekhnika (AAIT). 2025. Vol. 8, No. 2. P. 216–230. DOI: https://doi.org/10.15276/aait.08.2025.15.

17. Romankevich V. A., Potapova E. R., Bakhtari Kh., Nazarenko V. V. GL model of behavior of fault tolerant multiprocessor systems with a minimal number of lost edges // Visnyk NTUU "KPI". Informatics, Operation and Computer Science. 2006. Vol. 45. P. 93–100.

Історія статті:
Отримано: 16.02.2026 Доопрацьовано: 27.02.2026 Прийнято до друку: 23.03.2026 Опубліковано: 29.03.2026