

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-61-36>

УДК 621.391

Хоменко Павло Володимирович, ад'юнкт

<https://orcid.org/0000-0002-8543-1971>

Радзівілов Григорій Данилович, к.т.н., професор

<https://orcid.org/0000-0002-6047-1897>

Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації імені Героїв Крут, м. Київ, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ФОРМУВАННЯ ДІАГРАМИ НАПРАВЛЕНОСТІ SMART АНТЕН ЗА ДОПОМОГОЮ АДАПТИВНИХ МЕТОДІВ ТА АЛГОРИТМІВ В УМОВАХ ДИНАМІЧНОГО СЕРЕДОВИЩА

Хоменко П. В., Радзівілов Г. Д. Математична модель формування діаграми направленості Smart антен за допомогою адаптивних методів та алгоритмів в умовах динамічного середовища. У роботі представлено результати комплексного імітаційного аналізу адаптивних алгоритмів і методів управління діаграмою направленості (ДН) Smart антен у динамічному середовищі з урахуванням впливу завадової обстановки та мобільності об'єктів. Актуальність дослідження зумовлена потребою забезпечення стабільного зв'язку між рухомими платформами в умовах багатопроменевості, частих змін напрямку сигналу та впливу навмисних завад. У роботі сформовано математичну модель кільцевої антенної решітки (КАР) з восьми елементів, що використовується для аналізу ефективності відомих алгоритмів та методів управління ДН — NLMS, RLS, Levenberg – Marquardt, PSO, GA та MUSIC–WAA/MVDR. Розроблена модель враховує реалістичні параметри радіоканалу, а також просторово-часову динаміку рухомих користувачів за моделлю Random Waypoint (RWP). Для кожного алгоритму проведено порівняльну оцінку за метриками SINR, глибиною подавлення завад, шириною головної пелюстки, рівнем бічних пелюсток і часом збіжності. Експериментальні результати підтвердили, що класичні алгоритми NLMS та RLS забезпечують прийнятний баланс між точністю й швидкістю, тоді як метаевристичні методи (PSO, GA) характеризуються високими часовими витратами та схильністю до локальних мінімумів. Алгоритм MUSIC–WAA/MVDR демонструє високу роздільну здатність і глибину подавлення завад, однак нестабільний у динамічних умовах. На основі отриманих результатів запропоновано концепцію створення гібридного алгоритму адаптивного управління ДН, який поєднує стабільність градієнтних методів із точністю підпросторових підходів, що є перспективним напрямом для подальших досліджень у сфері застосування Smart антен в системах MANET.

Ключові слова: Smart антена, адаптивне управління діаграмою направленості, кільцева антенна решітка, імітаційне моделювання, SINR, завадозахищеність, метаевристичні алгоритми, мобільні системи зв'язку, Random Waypoint, моделі руху, MANET

Khomenko P., Radzivilov G. Mathematical Model of Smart Antenna Beamforming using Adaptive Methods and Algorithms in a Dynamic Environmen. The paper presents the results of a comprehensive simulation analysis of adaptive algorithms for controlling the directivity pattern (DP) of Smart antennas in a dynamic environment, taking into account the influence of the interference environment and the mobility of objects. The relevance of the study is due to the need to ensure stable communication between mobile platforms in conditions of multipath, frequent changes in the direction of the signal and the influence of intentional interference. The paper forms a mathematical model of a ring antenna array (RAA) of eight elements, which is used to analyze the effectiveness of known algorithms and methods for controlling the DP — NLMS, RLS, Levenberg – Marquardt, PSO, GA and MUSIC–WAA/MVDR. The developed model takes into account realistic radio channel parameters, including, as well as spatiotemporal dynamics of mobile users according to the Random Waypoint (RWP) model. For each algorithm, a comparative evaluation was carried out on the SINR metrics, interference suppression depth, main lobe width, side lobe level and convergence time. Experimental results confirmed that the classical NLMS and RLS algorithms provide an acceptable balance between accuracy and speed, while metaheuristic methods (PSO, GA) are characterized by high time costs and a tendency to local minima. The MUSIC–WAA/MVDR algorithm demonstrates high resolution and interference suppression depth, but is unstable in dynamic conditions. Based on the obtained results, a concept for creating a hybrid adaptive control algorithm for the MVD is proposed, which combines the stability of gradient methods with the accuracy of subspace approaches, which is a promising direction for further research in the field of Smart antennas in MANET systems

Keywords: Smart antenna, adaptive beamforming control, ring antenna array, simulation modeling, SINR, interference immunity, metaheuristic algorithms, mobile communication systems, Random Waypoint, motion models, MANET

Постановка наукового завдання. Забезпечення стабільного і надійного зв'язку між рухомими об'єктами в умовах швидкої зміни просторового положення та багатопроменевості середовища залишається одним із найактуальніших завдань сучасної бездротової комунікації. Smart антени, на відміну від традиційних пасивних структур, реалізують адаптивне формування діаграми направленості (ДН), що дозволяє збільшити відношення сигнал/шум (SNR), зменшити вплив завад і спрямувати енергію випромінювання у напрямку цільового приймача. Проте ефективність таких систем значною мірою визначається якістю алгоритмів і методів управління ДН, які здійснюють адаптацію амплітудно-фазових зсувів між елементами антенних решіток у реальному часі. Існуючі алгоритми адаптивного управління ДН Smart антени (LMS, RLS, MUSIC, PSO, GA тощо)

демонструють різну ефективність залежно від динаміки руху, завадової ситуації в каналі зв'язку та характеристик антен. Відповідно, бракує системного підходу до кількісного оцінювання їхньої ефективності у змінних умовах.

Тому, **метою дослідження** є визначення оптимального алгоритму управління ДН Smart антен в умовах високої динаміки, з урахуванням завадової обстановки.

Об'єктом дослідження є процес управління ДН Smart антен на рухомих об'єктах в умовах динамічного середовища. Відповідно, **предметом дослідження** є методи й алгоритми управління ДН в умовах динамічного середовища.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Сучасні дослідження у галузі Smart антен для рухомих об'єктів спрямовані на вдосконалення методів адаптивного управління ДН в умовах динамічного середовища та багатопроменевого поширення сигналів.

У дослідженні Zhu та співавт. (2025) [1] представлено експериментальну систему двовимірного визначення напрямку сигналів БПЛА на основі кільцевої решітки та гібридного алгоритму MUSIC-WAA. Метод дозволив знизити обчислювальні витрати більш ніж на 97 %, однак чутливість у вертикальній площині залишилася обмеженою через геометрію решітки та вплив багатопромених відбиттів.

Робота Wnuk і Busch (2024) [2] присвячена дослідженню самоналаштованого управління випромінювачем лінійної антенної решітки з використанням алгоритму LMS. Підхід не потребує апріорних даних про положення джерела сигналу, але не враховує впливу середовища поширення, що знижує достовірність результатів у реальних умовах.

Колектив дослідників Zorkun та співавт. (2024) [3] розробили комбінований алгоритм SW-AFVF-CMARLS, який поєднує рекурсивні методи RLS із принципом постійного модуля. Запропонований підхід забезпечує підвищення точності та швидкості збіжності, проте має високу алгоритмічну складність.

Автор статті Morrison (2024) [4] застосував оптимізацію роєм частинок (PSO) для формування променя у розподіленій антенній системі. Результати показали залежність ефективності формування ДН від точності позиціонування елементів решітки — при похибці понад 0,4λ діаграма набуває майже ізотропного вигляду.

У публікації 2023–2024 рр. [5] запропоновано модифікації алгоритмів MUSIC/ESPRIT для розпізнавання когерентних джерел сигналів. Метод MR-UESPRIT забезпечує покращення просторової роздільної здатності, але вимагає значних обчислювальних ресурсів.

Застосування метаевристичних алгоритмів PSO [6] дозволило підвищити точність оптимізації антенних структур за багатьма критеріями, зокрема ширини головного променя та рівня бокових пелюсток, однак процес збіжності залишається повільним.

Генетичні алгоритми (GA) [7] використовуються для оптимізації просторової конфігурації антенних масивів і забезпечують зменшення середньої похибки визначення напрямку сигналу до 10° по азимуту та 5° по куту місця, але мають обмеження при змінних динамічних умовах.

Загалом, алгоритми MUSIC-класу з прискоренням WAA демонструють перспективність для інтеграції у компактні антенні системи зв'язку на рухомих об'єктах, тоді як методи LMS/RLS залишаються базовими через баланс між швидкістю адаптації та точністю. Водночас питання стійкості цих методів до завад, позиційних похибок та швидкої зміни просторових параметрів залишаються відкритими.

Проведений аналіз показує, що незважаючи на значний прогрес у розвитку алгоритмів управління ДН Smart антен, більшість існуючих алгоритмів і методів мають обмеження при роботі на рухомих об'єктах у динамічному середовищі. Адаптивні алгоритми демонструють ефективність у стаціонарних умовах, але втрачають стабільність при зміні просторового положення антен. Методи спектральної оцінки характеризуються високою точністю, але вимагають значних обчислювальних ресурсів, що обмежує їх використання у реальному часі. Еволюційні та метаевристичні алгоритми показують потенціал глобальної оптимізації, проте потребують підвищення швидкості збіжності.

Однак недостатньо опрацьованими залишаються питання аналізу ефективності адаптивних алгоритмів та методів у динамічних сценаріях із урахуванням складної завадової обстановки.

Виклад основного матеріалу

Для визначення оптимального алгоритму управління ДН в умовах динамічного середовища із урахуванням завадової обстановки розроблено імітаційну модель із застосуванням мови програмування Python. У моделюванні використовується кільцева антенна решітка (КАР), що складається з 8 однакових елементів, рівномірно розташованих по колу.

Обґрунтування вибору зазначеної конфігурації антенної решітки для проведення аналізу алгоритмів управління ДН на рухомих об'єктах побудовано на наступних критеріях:

1. Здатність формування ДН $F(\phi_0)$ в довільному азимутальному напрямку $\phi_0 \in [0, 2\pi)$ шляхом формування вектора вагових коефіцієнтів $w = [w_1, w_2, \dots, w_N]^T$, де $w_n = a_n \cdot e^{j \cdot \Delta\psi_n}$ визначає амплітуду a_n та фазовий зсув $\Delta\psi_n$ для n -го елемента. Ця властивість є фундаментальною для систем, що функціонують на рухомих платформах з апіорно невідомим та динамічно змінним напрямком на джерело сигналу $\phi_{s(t)}$.

2. Можливість реалізації алгоритмів адаптивного управління вектором w для неперервного в часі супроводу цільового сигналу, максимізація потужності в напрямку $\phi_{s(t)}$ та/або подавлення завад, тобто формування нулів ДН в напрямках $\phi_i(t)$. Повний азимутальний огляд $\phi \in [0, 2\pi)$ дозволяє оптимізувати критерії якості, такі як відношення сигнал/(завада+шум) $SINR = \frac{P_s}{(P_i + P_n)}$, в умовах нестаціонарної сигнально-завадової обстановки.

3. Симетрія елементів КАР мінімізує залежності ключових характеристик ДН, таких як ширина головної пелюстки за рівнем -3 дБ $\Delta\phi_{\{0.5\}}$ та максимальний рівень бічних пелюсток $SLL_{\{max\}}$ від напрямку сканування ϕ_0 . Тобто, $\frac{\partial(\Delta\phi_{\{0.5\}})}{\partial\phi_0} \rightarrow 0$ та $\frac{\partial(SLL_{\{max\}})}{\partial\phi_0} \rightarrow 0$ в ідеалізованому випадку. Вищенаведене забезпечує об'єктивне порівняння ефективності різних алгоритмів адаптації, оскільки їх результативність менше залежить від специфіки геометрії антенної решітки для конкретного параметра напрямку сканування ϕ_0 .

4. Вибір конфігурації антенної решітки з $N = 8$ елементів обґрунтований двома ключовими факторами. По-перше, конфігурація забезпечує $N - 1 = 7$ ступенів свободи, що дозволяє реалізовувати адаптивне формування променя та просторових нулів ДН для подавлення завад, і є достатнім для тестування значної кількості алгоритмів адаптації. По-друге, обчислювальна складність маніпуляцій з ваговим вектором $w \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ та коваріаційною матрицею $R_{xx} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ залишається на прийнятному рівні, що є вимогою для розробки та симуляції систем, призначених для роботи у реальному часі.

Для формування та управління ДН Smart антен на рухомих об'єктах, як правило, застосовуються адаптивні алгоритми, які наведено нижче:

1. NLMS (NormalLeast Mean Squares).
2. RLS (Recursive Least Squares).
3. Левенберга – Марквардта (Levenberg-Marquardt Algorithm).
4. PSO (Particle Swarm Optimization/ метод чисельної оптимізації).
5. Генетичні алгоритми (ГА).
6. MUSIC-WAA (Multiple Signal Classification – Weighted Average Algorithm).

Вибір саме цих алгоритмів обумовлений необхідністю комплексного охоплення методів із різною складністю, структурою та підходами до оптимізації.

Експериментальний аналіз

Експериментальне дослідження здійснюється на основі комплексної імітаційної моделі КАР, параметри якої відповідають технічним характеристикам радіостанції Silvus SC-4400, що виступає гіпотетичним прототипом системи зв'язку. Вибір даного прототипу обумовлений його широким застосуванням у тактичних комунікаційних системах та добре документованими технічними характеристиками, що забезпечують репрезентативність експериментальних результатів.

Конфігурація антенної решітки складається з восьми ідентичних випромінюючих елементів, розташованих на колі радіуса $R = \lambda/2$, де λ представляє довжину хвилі на несучій частоті $f_c = 2.4$ ГГц. Така геометрична конфігурація забезпечує оптимальний компроміс між роздільною здатністю за кутом та обчислювальною складністю алгоритмів формування променя.

Просторова область моделювання визначається квадратною зоною з координатами $[-1000, 1000]^2$ метрів, що відповідає типовим дальностям дії радіостанцій тактичного призначення. У межах цієї області розміщуються три активних користувачі системи зв'язку та два джерела

задакових випромінювань, які характеризуються різними режимами функціонування та параметрами мобільності.

Математичну модель геометрії КАР представлено на основі наступного виразу (1):

$$f(r)_n = R \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \\ \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \end{bmatrix}, n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (1)$$

де $N = 8$ – кількість елементів решітки; $R = \lambda/2 \approx 0.0625$ м.

Вектор направленості КАР для кута приходу θ описується виразом (2):

$$a(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N}} \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} [r_n \cdot \hat{u}(\theta)]\right), \quad (2)$$

де $\hat{u}(\theta) = [\cos \theta, \sin \theta]^T$ – одиничний вектор напрямку.

Моделювання динамічної поведінки мобільних користувачів і джерел завод відбувається за допомогою стохастичної моделі випадкового переміщення типу Random Waypoint (RWP), яка забезпечує відносно реалістичне відтворення характерних траєкторій руху в умовах тактичного застосування засобів зв'язку.

Кожен абонент характеризується індивідуальними параметрами мобільності: швидкістю переміщення v , що варіюється в межах $[v_{\min}, v_{\max}]$, де $v_{\min} = 1$ м/с відповідає швидкості пішохода, а $v_{\max} = 30$ м/с – швидкості транспортного засобу.

Алгоритм генерації траєкторій RWP функціонує наступним чином: кожен мобільний об'єкт вибирає випадкову цільову точку в межах області моделювання $\mathbf{ptarget}^{(i)} \sim \mathcal{U}([-L_{area}, L_{area}]^2)$. Далі відбувається етап генерації випадкової швидкості із заданого діапазону $v^{(i)} \sim \mathcal{U}([v_{\min}, v_{\max}])$ до цільової точки $\hat{\mathbf{d}}^{(i)} = \frac{\mathbf{ptarget}^{(i)} - \mathbf{pcurrent}^{(i)}}{\|\mathbf{ptarget}^{(i)} - \mathbf{pcurrent}^{(i)}\|}$. По досягненню пункту призначення об'єкт зупиняється на випадковий час паузи t_{pause} , після чого процес повторюється з новою цільовою точкою $\mathbf{p}^{(i)}(t + \Delta t) = \mathbf{p}^{(i)}(t) + v^{(i)} \cdot \hat{\mathbf{d}}^{(i)} \cdot \Delta t$. Така модель забезпечує природну варіацію швидкості та напрямку руху, що є характерним для реальних сценаріїв експлуатації.

Загальна тривалість моделювання T_{sim} встановлюється достатньою для статистично значущого аналізу перехідних процесів і сталого режиму роботи алгоритмів. Часова дискретизація здійснюється шляхом поділу на знімки фіксованої довжини $T_{\text{snap}} = 100$ відліків, що забезпечує компроміс між точністю статистичних оцінок та обчислювальною складністю.

Архітектура імітаційної моделі реалізована за принципом модульної декомпозиції, що включає п'ять основних функціональних підсистем:

1-ий Модуль – підсистема генерації радіоелектронного середовища, яка забезпечує створення детерміністичних і стохастичних компонентів сигнально-зададової обстановки з урахуванням багатомасштабного завмирання каналів, атмосферних втрат, логнормальної тіньової складової та Rician-завмирання.

2-ий Модуль – підсистема динаміки мобільності, яка реалізує стохастичну модель RWP для генерації траєкторій руху користувачів і джерел завод у двовимірному просторі. Система забезпечує контрольоване варіювання швидкостей переміщення, тривалості пауз та кутових параметрів траєкторій, що дозволяє моделювати різноманітні сценарії тактичної мобільності від пішохідного до високошвидкісного транспортного руху.

3-ий Модуль – підсистема формування зададової обстановки, яка генерує три категорії заводових впливів: широкосмугову безперервну заваду (barrage), імпульсну широкосмугову заваду (burst-barrage) та вузькосмугову корельовану заваду на основі авторегресивної моделі AR(1). Система забезпечує динамічне управління параметрами інтенсивності, спектральних характеристик та часової структури заводових сигналів.

4-ий Модуль – підсистема антенної решітки, що моделює 8-елементну кільцеву конфігурацію (UCA) з радіусом $R = \lambda/2$ на несучій частоті $f_c = 2.4$ ГГц. Система реалізує повну електродинамічну модель формування ДН з урахуванням взаємного зв'язку між елементами та амплітудно-фазового розподілу збудження.

5-ий Модуль – підсистема алгоритмічної обробки, яка забезпечує паралельну реалізацію досліджуваних методів адаптивного управління ДН з уніфікованою системою метрик якості та процедурами статистичного аналізу результатів.

Експериментальна методологія охоплює чотири базових сценарії завадової обстановки, що відображають різні рівні інтенсивності та типи завадових впливів.

Базовий сценарій номінальної завадової обстановки характеризується співвідношенням сигнал/шум $SNR = 10$ дБ та співвідношенням завада/шум $JNR = 15$ дБ, що відповідає типовим умовам експлуатації систем тактичного зв'язку в умовах помірної радіоелектронної протидії.

Сценарій інтенсивного завадового впливу моделює умови активного радіоелектронного подавлення, що характеризується значним перевищенням потужності завади над потужністю шуму $JNR = 25$ дБ.

Сценарій слабого завадового впливу з $JNR = 5$ дБ імітує умови, коли основним обмежуючим фактором є тепловий шум приймача, а завадові сигнали мають порівняно низьку інтенсивність.

Змішаний сценарій передбачає динамічну зміну типів завадових впливів протягом циклу моделювання, включаючи послідовне й одночасне застосування широкосмугових, імпульсних і вузькосмугових завад різної інтенсивності. Ключові параметри, що визначають сигнально-завадову обстановку в рамках моделювання, представлено в таблиці 1.

Таблиця 1. Параметри сигнально-завадової обстановки

Параметр	Позначення	Значення	Одиниці
Відношення сигнал/шум	SNR	20	дБ
Відношення завада/шум	JNR	15	дБ
Потужність шуму	σ_n^2	1.0	відн. од.
Кількість користувачів	N_{users}	3	-
Кількість завад	N_{jams}	2	-
Кількість відліків	T	256	-
Частота дискретизації	f_s	1	МГц

Забезпечення адекватності імітаційної моделі реалізується на основі багаторівневої системи валідації, що включає: порівняння результатів моделювання з аналітичними розрахунками для граничних умов, верифікацію статистичних характеристик згенерованих сигналів і завад. Відтворюваність експериментів забезпечується фіксацією початкових значень (seed) в моделі для генераторів псевдовипадкових чисел та детальним логуванням всіх параметрів моделювання.

Математична модель симуляції управління ДН в умовах завад.

Розглядається система управління ДН на основі N -елементної КАР, що функціонує в умовах впливу навмисних завад. На виході антенної системи формується векторний сигнал розмірністю $N \times 1$, який описується наступним виразом (3):

$$(t) = \mathbf{h} \mathbf{s}_u(t) + \sum_j \mathbf{h}_j z_j(t) + \mathbf{n}(t), \quad (3)$$

де $\mathbf{h}_u \in \mathbb{C}^N$ – комплексний вектор коефіцієнтів каналу від u -го користувача до елементів антенної решітки, що характеризує амплітудно-фазовий розподіл сигналу; $\mathbf{h}_j \in \mathbb{C}^N$ – комплексний вектор коефіцієнтів каналу від j -ї завади до елементів решітки; $j = \overline{1, J}$; $s_u(t)$ – інформаційний сигнал u -го користувача з квадратурною фазовою маніпуляцією (QPSK); $z_j(t)$ – сигнал j -ї навмисної завади; $\mathbf{n}(t) \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma_n^2 \mathbf{I})$ – вектор адитивного білого гаусівського шуму з нульовим математичним очікуванням і дисперсією σ_n^2 .

Для адекватного опису процесів поширення радіохвиль наближено до реальних умов функціонування системи, застосовується комбінована модель радіоканалу з урахуванням фізики поширення радіохвиль, що враховує особливості як ближньої, так і дальньої зон випромінювання. У ближній зоні комплексний коефіцієнт передачі від джерела сигналу, розташованого в точці $\mathbf{r} = (x, y) \in \mathbb{R}^2$, до n -го елемента антенної решітки визначається співвідношенням (4):

$$h_n(\mathbf{r}) = L_n \cdot A_n \cdot S_n \cdot \Phi_n \cdot F_n, \quad (4)$$

де компоненти моделі представлені у вигляді: $L_n = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|^{-\alpha_{pl}/2}$ – втрати на трасі поширення; $A_n = 10^{-\alpha_{atm} d_n/20}$ – коефіцієнт атмосферного поглинання; $S_n = 10^{\xi_n/20}$ – випадкова складова

логнормального затінення; $\Phi_n = e^{-j2\pi d_n/\lambda}$ – фазовий множник; $F_n = \sqrt{\frac{K}{K+1}} + \sqrt{\frac{1}{K+1}} v_n$ – коефіцієнт райсівських завмирань.

Параметри моделі включають: $d_n = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|$ – евклідову відстань від джерела до n -го елемента решітки; $\text{npf} \in [2; 2.5]$ – показник втрат на трасі поширення; $\alpha_{\text{atm}} \in [0.01; 0.02]$ дБ/км – питомий коефіцієнт атмосферного поглинання; $\xi_n \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{\text{sh}}^2)$ – випадкову величину з нормальним розподілом при $\sigma_{\text{sh}} = 3$ дБ; $K \in [3; 7]$ – фактор Райса, що визначає співвідношення прямої та розсіяної компонент; $v_n \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ – комплексну гаусівську випадкову величину.

У дальній зоні випромінювання застосовується апроксимація плоскої хвилі з використанням керуючого вектора КАР рівняння (5):

$$\mathbf{a}(\theta) = [e^{jkR \cos(\theta - \phi_0)}, e^{jkR \cos(\theta - \phi_1)}, \dots, e^{jkR \cos(\theta - \phi_{N-1})}]^T, \quad (5)$$

де $\phi_n = \frac{2\pi n}{N}$ – кутове положення n -го елемента решітки, $n = 0, N-1$; R – радіус кільцевої решітки; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – хвильове число; $\theta \in [0, 2\pi]$ – азимутальний кут прийому сигналу.

Для дослідження завадозахищеності системи розглянуто три основні типи навмисних завад, характерних для сучасних умов радіоелектронної протидії. Широкопasmово шумова завада загороджувального типу формується шляхом фільтрації білого гаусівського шуму на основі цифрового КІХ-фільтра, що наведено у виразі (6):

$$z_{\text{barrage}}(t) = \sum_{k=0}^{L-1} h_k w(t - kT_s), \quad (6)$$

де h_k – коефіцієнти КІХ-фільтра порядку L ; $w(t)$ – білий гаусівський шум; $\beta \in [0.1; 0.8]$ – коефіцієнт перекриття смуги частот відносно частоти Найквіста.

Імпульсна широкопasmово завада характеризується періодичним включенням завади типу barrage, що наведено у виразі (7):

$$z_{\text{burst}}(t) = \begin{cases} z_{\text{barrage}}(t), & \text{при } t \bmod T_{\text{burst}} < D T_{\text{burst}} \\ 0, & \text{інакше} \end{cases}, \quad (7)$$

де $D \in [0.1; 0.5]$ – коефіцієнт заповнення (робочий цикл); T_{burst} – період повторення імпульсів завади.

Вузкопasmово корельована завада описується авторегресивною моделлю першого порядку рівняння (8):

$$z_j(n) = \rho z_j(n-1) + w(n), \quad (8)$$

де $\rho \in [0.1; 0.3]$ – коефіцієнт авторегресії, що визначає ступінь кореляції; $w(n) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_w^2)$ – білий гаусівський процес збудження.

Оцінка ефективності алгоритмів управління ДН здійснюється на основі комплексної системи метрик, що охоплює безпосередні показники якості формування ДН та інтегральні характеристики системної ефективності.

Первинна метрика якості визначає співвідношення сигнал/завада та шум, тобто SINR, розраховується як відношення корисної потужності сигналу, що пройшов етап фільтрації, до сумарної потужності завад та шуму на виході системи.

Метрика глибини подавлення завад характеризує здатність алгоритму формувати глибокі нулі ДН у напрямках джерела завад. Глибина j -го нуля D_j визначається як різниця між максимальним рівнем ДН та її значенням у напрямку j -ї завади, виражена у децибелах.

Ширина головної пелюстки (Half-Power Beamwidth, HPBW) характеризує кутову роздільну здатність системи та визначається як кутова відстань між точками ДН, у яких потужність зменшується на 3 дБ відносно максимального значення.

Додаткові метрики включають рівень бічних пелюсток, виграш білого шуму (White Noise Gain, WNG), що характеризує стійкість до некорельованих завад, та час збіжності t_{90} , який визначає швидкість адаптації алгоритму до змін сигнально-завадової обстановки.

Статистичні метрики надійності забезпечують аналіз стохастичних характеристик системи. Ймовірність перевищення порогового значення SINR розраховується для набору критичних рівнів від -10 до 20 дБ з кроком 5 дБ, що дозволяє оцінити надійність забезпечення заданої якості зв'язку. Емпірична функція розподілу SINR надає повну статистичну характеристику випадкових флуктуацій якості прийому.

Експериментальне дослідження здійснюється відповідно до детально структурованого алгоритму, що забезпечує відтворюваність результатів та статистичну значущість висновків.

Етап ініціалізації включає генерацію початкових умов експерименту: створення траєкторій руху всіх мобільних об'єктів на основі моделі RWP, встановлення параметрів радіоканалу для кожної пари «джерело – приймач», ініціалізацію внутрішніх змінних досліджуваних алгоритмів. На цьому етапі також здійснюється генерація псевдовипадкових послідовностей з фіксованим початковим значенням (seed) для забезпечення репродукованості результатів.

Основний цикл моделювання виконується для послідовності дискретних часових індексів $k = 1, 2, \dots, K$, де кожен індекс відповідає одному знімку сигнально-завадової обстановки. На кожній ітерації основного циклу здійснюється:

1. Генерація комплексної матриці спостережень $X^{(k)} \in \mathbb{C}^{N \times T_{sa}}$, що містить сигнали всіх N елементів антенної решітки протягом T_{snap} відліків.
2. Обчислення оцінки кореляційної матриці $\widehat{R}^{(k)}$ з використанням методу віконного усереднення (Windowed Average Approximation, WAA).
3. Паралельне виконання всіх досліджуваних алгоритмів формування променя для обчислення відповідних векторів вагових коефіцієнтів $w_a^{(k)}$.
4. Розрахунок повного набору метрик якості $\mathcal{M}_a^{(k)}$ для кожного алгоритму.
5. Збереження проміжних результатів для подальшої статистичної обробки.

Етап постобробки та аналізу включає комплексну статистичну обробку накопичених даних. Для кожної метрики якості розраховуються основні статистичні характеристики: середнє значення, стандартне відхилення, квантілі рівнів 5 %, 50 % та 95 %. Будуються емпіричні функції розподілу (ECDF) для ключових метрик та функції надійності $P(\text{SINR} \geq X)$.

Оцінка кореляційної матриці здійснюється методом віконного усереднення з кількістю блоків $L = 5$, що забезпечує компроміс між статистичною точністю та обчислювальною складністю. Кожен блок містить $T_{snap}/L = 20$ відліків, що достатньо для стабільного оцінювання за умови локальної стаціонарності процесів.

Для комплексного порівняння алгоритмів запропоновано метрику інтегральної оцінки ефективності, яка базується на методології зваженого ранжування [8], що належить до класу багатокритеріальних методів прийняття рішень MCDM (Multi-Criteria Decision Making). Фундаментальна концепція інтегральної оцінки полягає у перетворенні неоднорідних за природою показників ефективності у зіставний простір порядкових величин із подальшою агрегацією у систему вагових пріоритетів, що наведено у виразі (9).

$$\text{Score} = \omega_{\text{sinr}} \cdot \text{rank}(\overline{\text{SINR}}) \downarrow + \omega_{\text{null}} \cdot \text{rank}(\overline{D}) \downarrow + \omega_{\text{time}} \cdot \text{rank}(\overline{t_{ms}}) \uparrow + \omega_{t_{90}} \cdot \text{rank}(\overline{t_{90}}), \quad (9)$$

де $\omega_{\text{SINR}} = 0.40$ – ваговий коефіцієнт відношення сигнал/(завада та шум) обчислюється за допомогою $\rho_{\text{SINR}}(a) = \text{rank}_\downarrow(E_k[\text{SINR}_a^{(k)}])$, тобто ранжування здійснюється за принципом максимізації $\downarrow$, де найвищий ранг (1) присвоюється алгоритму з максимальним середнім значенням SINR у часовій області. Математична очікувана $E_k[\cdot]$ обчислюється на основі оцінки ансамблів реалізацій сигнально-завадової обстановки.

$\omega_{\text{null}} = 0.30$ – ваговий коефіцієнт глибини нульових провалів, обчислюється за допомогою $\rho_{\text{null}}(a) = \text{rank}_\downarrow(E_k[\min_{j \in \mathcal{J}} D_j, a^{(k)}])$, де $D_{j,a}^{(k)} = 20 \log_{10} \left| \frac{F_a(\theta_{\max})}{F_a(\theta_j)} \right|$ [дБ] – глибина j -го провалу ДН; $\mathcal{J}$ – множина кутових напрямків джерел завад. Критерій надає спроможність алгоритму забезпечувати просторову селективність із формуванням глибоких нулів у напрямках інтерферуючих джерел.

$\omega_{\text{time}} = 0.20$ – ваговий коефіцієнт швидкості алгоритмів, який розраховується на основі виразу $\rho_{\text{time}}(a) = \text{rank}_\uparrow(E_k[t_{\text{comp}}, a^{(k)}])$. Ранжування відбувається за зростанням $\uparrow$ і відображає пріоритетність мінімізації часу обчислення $t_{\text{comp},a}^{(k)}$ [мс], тобто вищу позицію в рейтингу займають ті алгоритми, які вимагають менше часу на виконання однієї ітерації адаптації відносно конкретної апаратної конфігурації.

$\omega_{t_{90}} = 0.10$ – коефіцієнт швидкості адаптації $\rho_{t_{90}}(a) = \text{rank}_\uparrow(\text{Escenario}[t_{90,a}])$, який розраховується на основі метрики $t_{90,a}$, що визначає час, необхідний для досягнення 90 % від максимального (асимптотичного) значення ключового параметра SINR, тобто параметр є індикатором швидкості реакції системи на нестационарні умови, наприклад, на появу нових джерел завад в умовах динамічних змін радіоелектронної обстановки.

Структура вагових коефіцієнтів відображає ієрархію системних пріоритетів відповідно до специфіки застосування Smart антен [9] на мобільних платформах, нижче наведено основні вимоги:

- максимальний пріоритет SINR $\omega = 0.40$ обумовлений безпосереднім впливом на пропускну здатність каналу $C = B \log_2(1 + \text{SINR})$ [біт/с] згідно з теоремою Шеннона –Хартлі;
- високий пріоритет подавлення завад $\omega = 0.30$ для операційної стійкості в умовах радіоелектронної протидії;
- середній пріоритет швидкодії $\omega = 0.20$ – необхідність реалізації в системах реального часу з обмеженими обчислювальними ресурсами;
- нижчий пріоритет збіжності $\omega = 0.10$, тобто додатковий показник, що набуває важливості в умовах екстремально-динамічних сценаріїв.

Обмеження:

- $|\mathbf{w}_k|_2 = 1, \forall k \in 1, 2, \dots, 6$ – вектор вагових коефіцієнтів кожного алгоритму нормалізований до одиничної довжини для забезпечення коректного порівняння та запобігання необмеженого зростання коефіцієнтів підсилення ДН;
- $I_{NLMS} \leq 256, I_{RLS} \leq 256$ – максимальна кількість ітерацій адаптивних алгоритмів обмежена розміром навчальної вибірки для забезпечення реалістичного часу збіжності;
- $|\theta_{jam,i} - \theta_{target}| > 5^\circ, \forall i$ – мінімальна кутова відстань між напрямками завад та цільового сигналу має перевищувати 5° для можливості роздільного спостереження;
- $-60 \text{ дБ} \leq \text{Null Depth} \leq 0 \text{ дБ}$ – $-60 \text{ дБ} \leq \text{Null Depth} \leq 0 \text{ дБ}$ – глибина нулів у напрямках завад обмежена фізично досяжними значеннями для реальних антенних систем;
- $-10^\circ \leq \text{Beamwidth} \leq 90^\circ$ – ширина головної пелюстки повинна забезпечувати компроміс між спрямованістю та кутовою стійкістю до похибок наведення;

Допущення:

- кругова антенна решітка з рівномірним розподілом елементів;
- ізотропні випромінювачі з однаковими характеристиками;
- моделювання корисного сигналу із застосуванням BPSK/QPSK модуляції;
- незалежність шумових процесів в елементах решітки;
- допускається ідеальна часова та частотна синхронізація.

Для адаптивних алгоритмів встановлюються наступні параметри: коефіцієнт забування RLS $\lambda = 0.995$, розмір кроку NLMS $\mu = 0.1$, регуляризаційний параметр $\epsilon = 10^{-6}$. Для оптимізаційних алгоритмів: розмір популяції PSO – 50 частинок, кількість ітерацій – 100, інерційний ваговий коефіцієнт $w = 0.7$, коефіцієнти прискорення $c_1 = c_2 = 1.5$. Далі в таблицях 2–4 детально наведено параметризацію алгоритмів та відповідні метрики.

Таблиця 2. Системні параметри антенної решітки

Параметр	Позначення	Значення	Одиниці вимірювання
Несуча частота	f_c	2.4	ГГц
Швидкість світла	c	3×10^8	м/с
Довжина хвилі	λ	c/f_c	м
Кількість елементів	N	8	шт.
Радіус решітки	R	$\frac{\lambda}{4 \sin(\pi/N)}$	м
Міжелементна відстань	d	$\approx \lambda/2$	м

Таблиця 3. Параметри алгоритмів управління ДН

Алгоритм	Параметр	Позначення	Значення	Опис
NMLS	Крок адаптації	μ	0.5	Швидкість збіжності
	Регуляризація	ϵ	10^{-8}	Стабілізуючий коефіцієнт

Алгоритм	Параметр	Позначення	Значення	Опис
RLS	Фактор забування	λ	0.995	Експоненціальне зважування
	Ініціалізація	δ	0.01	Початкова коваріація
LMA	Ширина ДН	σ	5	Ширина еталонної ДН
	Регуляризація	λ_{LM}	0.01	Параметр Левенберга – Марквардта
PSO-SINR	Розмір популяції	N_p	30	Кількість часток
	Інерційний ваговий коефіцієнт	w_{in}	0.7	Коефіцієнт інерції
	Когнітивний коефіцієнт	c_1	1.5	Локальний досвід
	Соціальний коефіцієнт	c_2	1.5	Глобальний досвід
GA-SINR	Розмір популяції	N_{pop}	50	Кількість особин
	Ймовірність мутації	p_m	0.1	Генетична мутація
	Ймовірність схрещування	p_c	0.7	Генетичне схрещування
	Еліта	N_{elite}	5	Збережувані особини
MUSIC-WAA	Кількість блоків	L	8	Зважене усереднення
	Кількість ітерацій	I_{iter}	5	Адаптивне зважування

Таблиця 4. Вихідні параметри

Метрика	Позначення	Одиниці	Опис
Вектор вагових коефіцієнтів	$w_k \in \mathbb{C}^N$	-	Результат адаптації
Середнє SINR	$\overline{\text{SINR}}_k$	дБ	Відношення сигнал/(завада та шум)
Глибина нулів	$\overline{D}_k$	дБ	Подавлення завад
Час обчислення	$\overline{t_{msk}}$	мс	Обчислювальна складність
Час збіжності	$\overline{t_{90k}}$	ітер.	До 90 % від цільового
Ширина пелюстки ДН	BW_k	град.	За рівнем -3 дБ
Рівень бічних пелюсток	SLL_k	дБ	Максимальний поза головним
Коефіцієнт підсилення шуму	WNG_k	дБ	$10 \log_{10}(1/ w ^2)$
Витікання завад	L_k	відн. од.	Рівень залишкових завад

В таблиці 5 представлено фрагменти порівняльного аналізу ДН залежно від кількості використаних часових знімків, які позначені як кроки. Кожен полярний графік ілюструє амплітудну характеристику ДН антенної решітки в децибелах (дБ). Суцільна зелена лінія вказує на азимутальний кут приходу корисного сигналу, пунктирна червона лінія позначає напрямку кутового положення джерела інтерференції (завади), що описує процес формування глибоких нулів у напрямках рухомих джерел завад і звуження головної пелюстки для максимізації спрямованого

підсилення корисного сигналу. В межах кожного графіка наведено ключові метрики ефективності, відношення сигнал/завада та шум (SINR) і ширина головної пелюстки.

На початкових етапах адаптації (крок 1) спостерігається характерна поведінка алгоритмів NLMS та RLS у процесі формування нульових провалів в напрямках завад, в результаті відбувається генерація надмірно широких головних пелюсток ($35-45^\circ$), що призводить до втрати енергетичного виграшу антенної решітки. Водночас, алгоритм Levenberg – Marquardt показує повільну початкову збіжність із недостатньою глибиною подавлення завад ($-10...-15$ дБ).

У процесі адаптивного підлаштування ДН (кроки 5–10), коли рух джерел завад вимагає постійної реконфігурації нульових провалів, у цьому випадку RLS формує асиметричні діаграми з деформованою головною пелюсткою, що розширюється до $40-50^\circ$ при спробах відстежування рухомих завад. NLMS показує «інерційність» адаптації, тобто нулі формуються із запізненням відносно поточного положення завад, що в умовах високої мобільності призводить до деградації SINR.

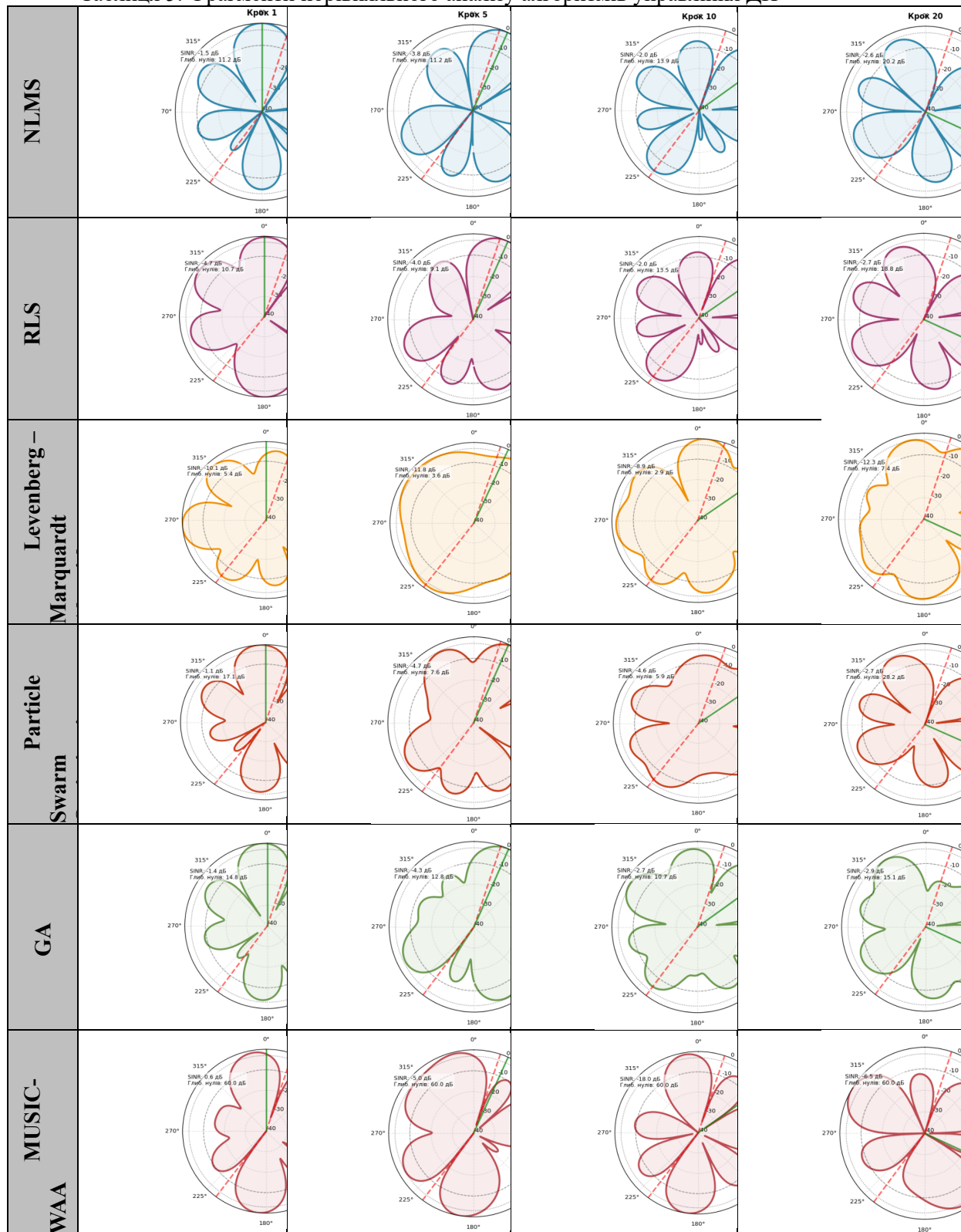
Окремої уваги заслуговує аналіз алгоритму MUSIC-WAA. Теоретично цей метод здатен формувати ДН з високою роздільною здатністю, досягаючи ширини головної пелюстки $6-8^\circ$. Однак експериментально підтверджено його низьку робастність до динамічних змін у радіоканалі. В умовах мобільності абонента, коли напрямок приходу корисного сигналу зазнає відхилень, сформований вузький промінь втрачає здатність супроводжувати корисний сигнал.

У процесі вирішення цільової задачі виявляється фундаментальна проблема недостатньої адаптації метаевристичних алгоритмів, що призводить до неефективного дослідження простору рішень. Зокрема, алгоритм PSO показує тенденцію до передчасної конвергенції рою частинок навколо субоптимальних рішень, що проявляється у формуванні компромісних діаграм із помірною глибиною нулів ($-20...-25$ дБ) та шириною головної пелюстки ($25-35^\circ$).

Генетичний алгоритм (GA) показує хаотичну поведінку в процесі рішення задачі оптимізації. GA застосовує метод стохастичного пошуку, який призводить до нестабільної конфігурації ДН з періодичними провалами продуктивності, і, як наслідок, відбувається застрягання алгоритму в локальних оптимумах. Результатом адаптації GA є формування глибоких нулів із надширокою головною пелюсткою, або вузький промінь без ефективного подавлення завад.

В умовах динамічного середовища алгоритм Левенберга – Марквардта показує нестабільну продуктивність. Вимога до реініціалізації при зміні параметрів сигналу призводить до періодичної втрати просторової селективності на час, необхідний для конвергенції алгоритму, що становить приблизно 5–10 секунд.

Таблиця 5. Фрагменти порівняльного аналізу алгоритмів управління ДН



На рисунках 1, 2 представлено порівняльний аналіз динаміки збіжності трьох класів адаптивних алгоритмів за критерієм відношення сигнал/(шум та завада) в децибелах. Експериментальні криві отримано шляхом усереднення по 100 незалежних реалізаціях сигнально-завадової обстановки з візуалізацією 95 % довірчих інтервалів (заштриховані області).

Алгоритм NLMS (рис. 1, а) показує характерну експоненційну збіжність. Початкова фаза адаптації (0–10 ітерацій) характеризується стрімким покращенням SINR від -14 дБ до -4 дБ, що відповідає формуванню первинних нулів у напрямках домінуючих завад. Подальша динаміка (10–60 ітерацій) відбувається з монотонно спадаючою швидкістю, тобто асимптотично наближаючись до стаціонарного значення -2.6 дБ. Вузький довірчий інтервал (± 0.4 дБ) свідчить про високу статистичну стабільність алгоритму в різних реалізаціях завадової обстановки.

RLS-алгоритм (рис. 1, б) показує принципово іншу динаміку з характерним переналаштуванням на початковій фазі. Висока швидкість сходження на початковому етапі (0–5 ітерацій) призводить до перевищення оптимального рівня подавлення завади, з мінімумом у -30 дБ на 3-й ітерації. Така поведінка зумовлена інтенсивним оновленням вагових коефіцієнтів за рахунок малого фактору забування, що надає надмірну вагу останнім даним. Після завершення фази переналаштування на ітерації 5–20 алгоритм переходить у режим стабілізації, що характеризується затухаючими коливаннями навколо стаціонарного значення -3.8 дБ. Значна ширина довірчого інтервалу (± 5 дБ) на початковому етапі свідчить про нестабільність алгоритму та його високу чутливість до початкової ініціалізації в умовах стохастичного середовища.

Динаміка збіжності алгоритму Левенберга – Марквардта (рис. 1, в) виявилася менш ефективною. Квазілінійний характер покращення SINR протягом перших 4 ітерацій змінюється флуктуаціями навколо субоптимального рівня в діапазоні $-17.5 \dots -12.5$ дБ. Періодичні провали продуктивності корелюють із моментами реініціалізації параметра Левенберга при детектуванні локальних мінімумів.

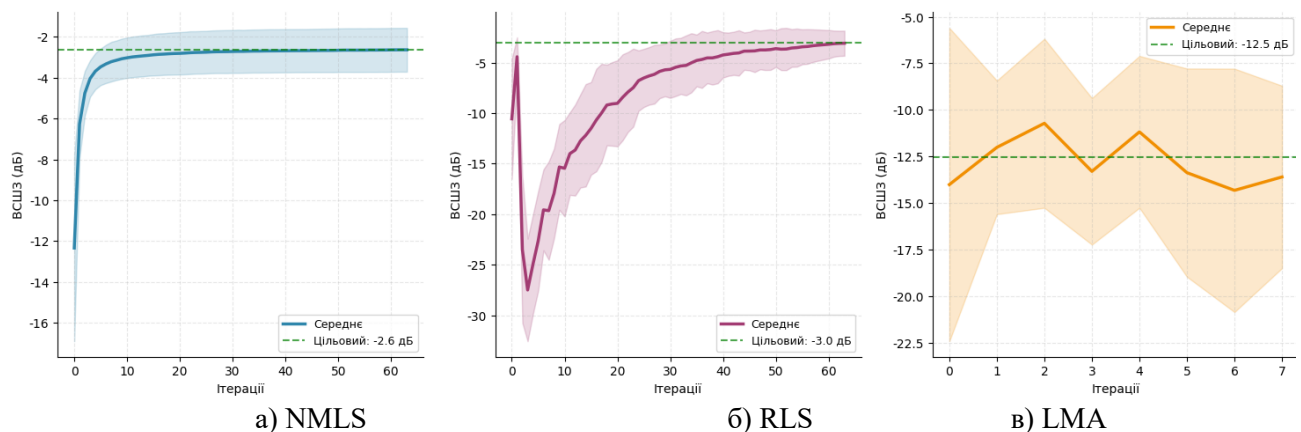


Рис. 1. Аналіз збіжності алгоритмів відносно сигнал/шум/завада

На рисунку 2 представлено експериментальний аналіз збіжності класу метаевристичних та підпросторових алгоритмів управління ДН. Дослідження охоплює три принципово різні підходи до оптимізації в умовах динамічної завадової обстановки.

Алгоритм PSO (рис. 2, а) показує класичну для ройових методів S-подібну криву збіжності. Стрімке початкове зростання SINR (до -3.8 дБ за 2 ітерації) змінюється повільною конвергенцією до кінцевого значення -3.6 дБ. Постійно наявний довірчий інтервал (± 1.0 дБ) вказує на стохастичну природу пошуку та чутливість до початкового стану системи.

Генетичний алгоритм (рис. 2, б) виявляє принципово іншу динаміку з вираженою двофазною структурою збіжності. Початковий етап (0–3 ітерації) характеризується експоненційним зростанням SINR від -7 до -3 дБ, що є прямим наслідком домінування елітарної селекції, яка швидко відбирає високопродуктивні генотипи. На другому етапі (3–7 ітерації) швидкість покращення значно сповільнюється, і система асимптотично наближається до рівня -2 дБ. Зміна ширини довірчого інтервалу ілюструє еволюцію популяції, тобто значна початкова невизначеність (± 2 дБ) зменшується до ± 0.5 дБ, що свідчить про конвергенцію популяції та її стабілізацію навколо найкращого знайденого рішення.

MUSIC-WAA алгоритм (рис. 2, в) показує найбільш нестабільну поведінку. Його поведінка характеризується нестабільними коливаннями SINR (від -40 до $+10$ дБ), що є наслідком фундаментальної чутливості підпросторових методів до змін у структурі кореляційної матриці та розділення сигнального/шумового підпросторів. В умовах рухомих джерел сигналів та завад кожен

новий часовий знімок може кардинально змінювати структуру власних векторів, призводячи до "стрибків" орієнтації нулів і головної пелюстки.

Ключовим недоліком MUSIC-WAA є його стохастична поведінка, на що вказує повна відсутність довірчих інтервалів. Періодичні «провали» SINR до -40 дБ спричинені фундаментальною помилкою класифікації, коли корисний сигнал помилково потрапляє до завадового підпростору. Таке явище зумовлене неможливістю надійно оцінити статистики другого порядку (кореляційної матриці) за умов використання малої кількості часових знімків у динамічному середовищі.

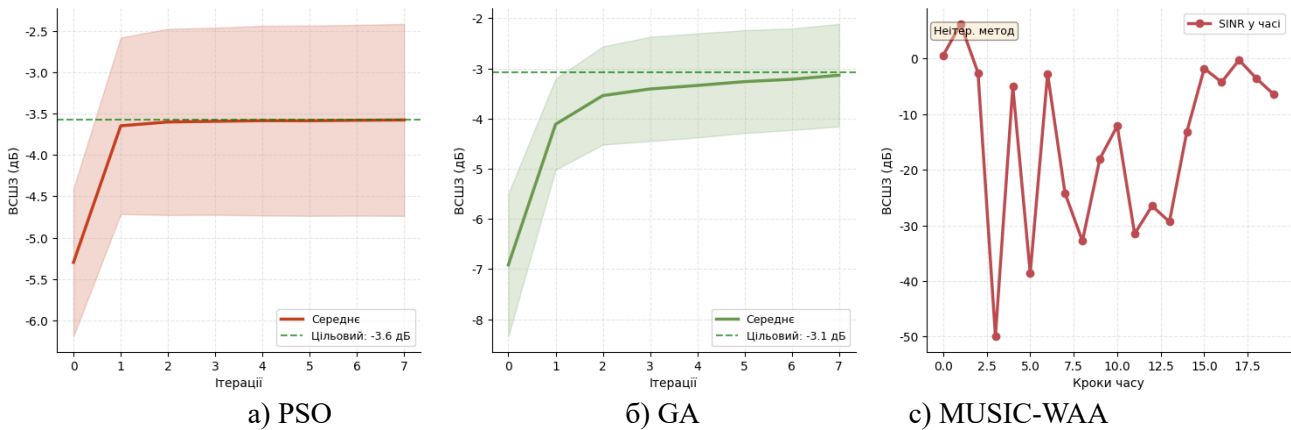


Рис. 2. Аналіз збіжності алгоритмів на основі метрики сигнал/шум/завада

На рисунку 3 представлено комплексне порівняння досліджуваних алгоритмів за двома метриками: глибиною формованих нулів у напрямках джерел завад (рис. 3, а) та часом виконання однієї ітерації для адаптації ДН (рис. 3, б). Експериментальні дані отримано шляхом усереднення по 1000 незалежних реалізаціях із візуалізацією стандартних відхилень.

Аналіз глибини подавлення завад (рис. 3, а) виявляє чітку диференціацію алгоритмів за здатністю формувати просторові нулі. Група класичних адаптивних алгоритмів (NLMS, RLS, PSO, GA-SINR) показує відносно порівняну ефективність із глибиною нулів 12.1–13.7 дБ, що відповідає подавленню завад у 16–23 рази. Необхідно зазначити, що метаевристичні алгоритми (PSO: 13.5 дБ, GA-SINR: 13.7 дБ) не суттєво краще за градієнтні методи, що пояснюється їх здатністю уникати локальних мінімумів цільової функції.

Алгоритм LMA виявився найменш ефективним (6.2 дБ, або 4-кратне придушення), що підтверджує нездатність квазіньютонівських методів адаптуватися до рухомих завад внаслідок їхньої тенденції до стагнації в сідлових точках поверхні помилок.

Виняткові результати гібридного алгоритму MUSIC/MVDR, тобто подавлення до 60.0 дБ, що еквівалентно 1000-кратному приросту, пояснюються його ефективною двоетапною архітектурою. На першому етапі метод MUSIC забезпечує високоточну оцінку кутових координат джерел. На другому етапі алгоритм MVDR використовує апіорну інформацію для синтезу вагового вектора, що формує математично точні, глибокі нулі в напрямках ідентифікованих завад.

Результати аналізу обчислювальної складності, наведені на рисунку 3, б, показують, що мінімальний час виконання мають алгоритми MUSIC-WAA/MVDR (19.39 мс) та LMA (24.68 мс). Висока швидкість першого зумовлена використанням попередньо обчислених матричних декомпозицій, а другого – застосуванням аналітичних градієнтів. Алгоритм NLMS показує дещо більший час обчислень (26.31 мс), що є наслідком його простої ітераційної схеми з лінійною складністю $O(N)$.

Триваліший час обчислень для алгоритму RLS (88.14 мс) є наслідком процедури ітераційного оновлення оберненої кореляційної матриці $N \times N$. Виключно великі обчислювальні витрати характерні для метаевристичних підходів. Продуктивність PSO (316.38 мс) деградує внаслідок оцінки цільової функції для всього рою частинок, а GA (539.92 мс) за рахунок виконання обчислювально складних операцій схрещування, мутації та селекції над популяцією.

Інтегральний аналіз отриманих даних підтверджує існування компромісу між ефективністю подавлення завад та обчислювальною складністю алгоритмів. Оптимальний баланс між цими

характеристиками забезпечується методом MUSIC-MVDR, який поєднує глибину подавлення (до 60 дБ) з мінімальним часом виконання (19.39 мс). Ключова перевага зазначеного підходу полягає у використанні структурних властивостей задачі, а саме в редукції багатовимірної оптимізації до послідовності одновимірних завдань завдяки застосуванню процедури розділення сигнального та шумового підпросторів.

Для систем реального часу з жорсткими часовими обмеженнями (<30 мс) прийнятними залишаються NLMS, LMA та MUSIC-MVDR. При цьому тільки останній забезпечує ефективне подавлення завад. Метаевристичні алгоритми, незважаючи на конкурентну глибину нулів, виявляються неприйнятними для динамічних сценаріїв, що зумовлено надмірними часовими витратами (>300 мс), які перевищують типовий час кореляції мобільного каналу.

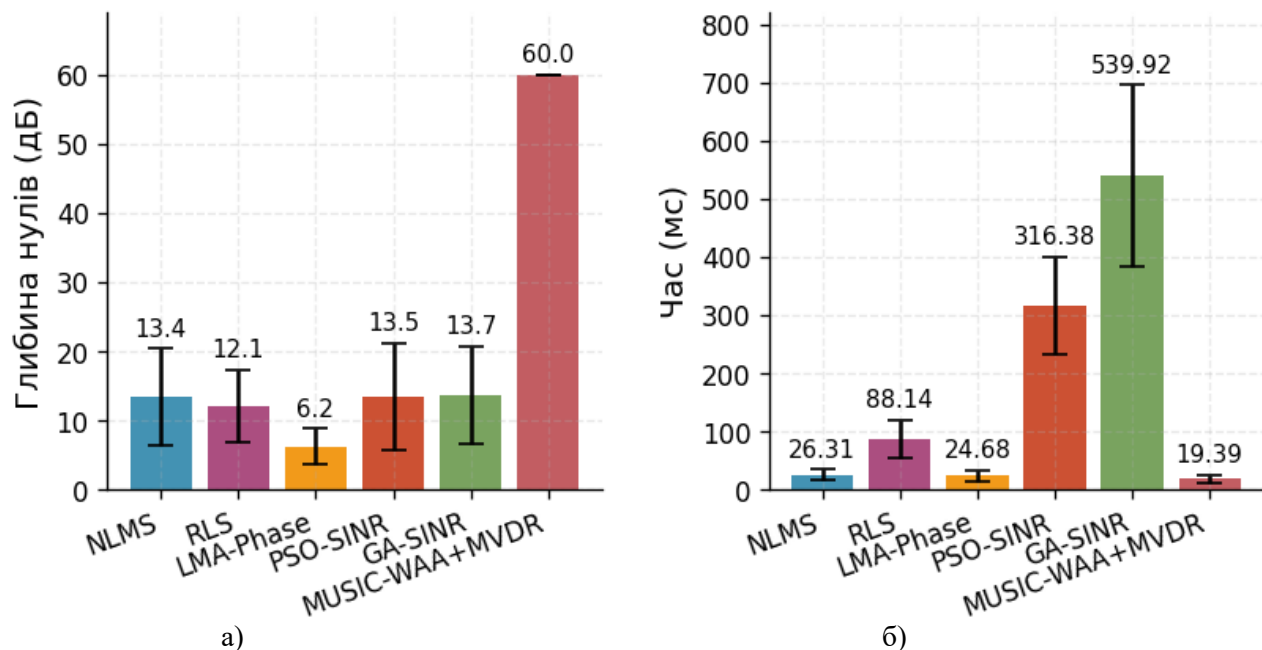


Рис. 3. Порівняльний аналіз ефективності алгоритмів за критеріями глибини подавлення завад та обчислювальної складності:

a – результат подавлення завад; *б* – швидкість алгоритмів у процесі формування ДН

Таблиця 6. Результат моделювання

Алгоритм	SINR сер. (дБ)	SINR СКВ	SINR макс.	SINR мін.	P(SINR ≥ 0 дБ)	P(SINR ≥ 10 дБ)	Глиб. нулів (дБ)	Час (мс)	Ширина ДН (°)	РБП (дБ)	t90 (ітер.)
NLMS	-2.65	1.07	-0.78	-3.91	0.0 %	0.0 %	13.4 ± 7.0	26.31 ± 9.36	32.0	-4.4	64
RLS	-3.03	1.18	-0.78	-4.74	0.0 %	0.0 %	12.1 ± 5.3	88.14 ± 32.18	32.6	-3.8	61
LMA	-12.53	4.20	-6.49	-22.49	0.0 %	0.0 %	6.2 ± 2.6	24.68 ± 10.05	34.9	-1.4	5
PSO	-3.58	1.16	-1.11	-5.31	0.0 %	0.0 %	13.5 ± 7.7	316.38 ± 84.66	33.1	-3.4	8
GA	-3.09	1.02	-0.92	-4.63	0.0 %	0.0 %	13.7 ± 7.1	539.92 ± 155.48	32.0	-3.0	8
MUSIC-WAA/MVDR	-14.80	15.20	6.23	-49.94	10.0%	0.0 %	60.0 ± 0.0	19.39 ± 7.17	31.1	-1.2	0

В результаті проведеного експериментального дослідження ефективності адаптивних алгоритмів формування ДН Smart антен встановлено, що жоден із досліджуваних алгоритмів не забезпечує задовільний енергетичний баланс SINR у заданих умовах функціонування, це наведено у таблиці 6. Відносно кращі показники за метрикою відношення сигнал/шум завада належать до класичних адаптивних алгоритмів NLMS (–2.65 дБ) та RLS (–3.03 дБ), які незначною мірою перевищують метаевристичні підходи PSO (–3.58 дБ) та GA (–3.09 дБ).

Отримані результати корелюють з теоретичними прогнозами, викладеними в роботах [1–7], що підтверджує коректність проведеного моделювання. Необхідно зазначити, що в умовах динамічного завадового середовища з високим рівнем просторово-часової кореляції корисного сигналу та завад, адаптивні алгоритми зустрічаються з принциповими обмеженнями, пов'язаними з недостатньою кількістю ступенів свободи антенної решітки для одночасного формування максимуму ДН в напрямку джерела корисного сигналу та глибоких провалів у напрямках джерел завад.

Висновок. Під час проведеного дослідження було здійснено комплексний порівняльний аналіз ефективності шести адаптивних алгоритмів управління ДН (NLMS, RLS, LMA, PSO, GA, MUSIC-WAA/MVDR) для Smart антен, що функціонують на рухомих об'єктах в умовах динамічної та складної завадової обстановки. На основі результатів імітаційного моделювання встановлено, що в заданих жорстких умовах (висока мобільність, низьке співвідношення сигнал/завада) жоден із досліджуваних алгоритмів не зміг забезпечити стабільно позитивне значення відношення сигнал/завада + шум (SINR). Вищенаведене підкреслює фундаментальну складність задачі забезпечення надійного зв'язку для рухомих платформ з обмеженою кількістю антенних елементів. Аналіз показав диференціацію алгоритмів за ключовими критеріями. Метаевристичні методи (PSO, GA) виявились непридатними для систем реального часу, що зумовлено високими обчислювальними витратами (понад 300 мс на ітерацію). Алгоритм Левенберга – Марквардта показав нижчу ефективність та нестабільність у динамічних сценаріях порівняно з іншими методами.

Гібридний алгоритм MUSIC-WAA/MVDR показав амбівалентну продуктивність: з одного боку, він забезпечив найкращі показники глибини подавлення завад (до 60 дБ) та найвищу швидкодію (19.4 мс), але з іншого — продемонстрував критичну нестабільність, що виражалась у екстремальних коливаннях SINR. Така поведінка робить його ненадійним для практичного застосування у високодинамічних умовах. За результатами інтегральної оцінки, що враховувала зважену сукупність критеріїв (якість зв'язку, подавлення завад, швидкість обчислень та час збіжності), найбільш збалансованим та оптимальним для даної задачі було визнано алгоритм NLMS. Він забезпечує компроміс між прийнятною, хоча і не високою, ефективністю, високою статистичною стабільністю та мінімальною обчислювальною складністю, що є важливим для рухомих об'єктів з обмеженими ресурсами. Таким чином, експериментальні результати підтверджують системне обмеження класичних адаптивних алгоритмів щодо одночасного забезпечення високої просторової селективності та ефективного подавлення рухомих завад, що вимагає розробки принципово нових підходів до управління ДН у динамічних середовищах. Перспективним напрямом подальших досліджень є розробка гібридного адаптивного алгоритму, який би поєднував переваги різних підходів. Зокрема, концепція, що передбачає використання стабільного і швидкого NLMS для безперервного супроводу сигналу та селективне залучення високоточного MUSIC-WAA/MVDR у квазістаціонарних умовах, може дозволити досягти як високої ефективності подавлення завад, так і надійності, необхідної для систем зв'язку з рухомими об'єктами.

Список бібліографічного опису

1. Zhu J., Fan K., He Q., Ye J., Fan A. Two-Dimensional Real-Time Direction-Finding System for UAV RF Signals Based on Uniform Circular Array and MUSIC-WAA. *Drones*. 2025. № 9 (4). 278 p. DOI: 10.3390/drones9040278. URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/9/4/278> (date of access: 21.10.2025).
2. Shubber Z. A., Abbas N. H., Kadhim H. T. Innovative Approaches to Beamforming Antenna Array Using PU-NLMS Algorithms. *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. 2024. P. 100855. DOI: 10.1016/j.prime.2024.100855.
3. Lu Q., He Y., Yu R., Huang H. A Fast and Robust Variable-Step-Size LMS for Wideband Interference Cancellation Systems. *Sensors*. 2023. № 23 (18). P. 7871. DOI: 10.3390/s23187871.
4. Bismor D., Ogonowski Z., Czyż K. Leaky Partial-Update LMS Algorithms in Application to Multichannel ANC. *Sensors*. 2023. № 23 (3). P. 1169. DOI: 10.3390/s23031169.

5. Schmidt R. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 1986. № 34 (3). P. 276–280. DOI: 10.1109/TASSP.1986.1164317.
6. Roy R., Kailath T. ESPRIT — Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 1989. № 37 (7). P. 984–995. DOI: 10.1109/29.32276.
7. Capon J. High-Resolution Frequency–Wavenumber Spectrum Analysis. *Proc. IEEE.* 1969. № 57 (8). P. 1408–1418. DOI: 10.1109/TAU.1969.1162058.
8. Rout D. K. et al. FANET Routing Protocol Analysis for Multi-UAV-Based Systems: A Comprehensive Survey. *Drones.* 2023. № 7 (11). P. 700. DOI: 10.3390/drones7110700.
9. Silvus Technologies. *StreamCaster 4400 Enhanced (SC-4400E) – Datasheet.* 2022. URL: https://silvustechologies.com/wp-content/uploads/2022/09/StreamCaster-4400-SC4400-Enhanced-Datasheet_09.16.22.pdf (date of access: 12.10.2025).

References

1. Zhu J., Fan K., He Q., Ye J., Fan A. Two-Dimensional Real-Time Direction-Finding System for UAV RF Signals Based on Uniform Circular Array and MUSIC-WAA. *Drones.* 2025. № 9 (4). P. 278. DOI: 10.3390/drones9040278. URL: <https://www.mdpi.com/2504-446X/9/4/278> (date of access: 21.10.2025).
2. Shubber Z. A., Abbas N. H., Kadhim H. T. Innovative Approaches to Beamforming Antenna Array Using PU-NLMS Algorithms. *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy.* 2024. P. 100855. DOI: 10.1016/j.prime.2024.100855.
3. Lu Q., He Y., Yu R., Huang H. A Fast and Robust Variable-Step-Size LMS for Wideband Interference Cancellation Systems. *Sensors.* 2023. № 23 (18). P. 7871. DOI: 10.3390/s23187871.
4. Bismor D., Ogonowski Z., Czyż K. Leaky Partial-Update LMS Algorithms in Application to Multichannel ANC. *Sensors.* 2023. № 23 (3). P. 1169. DOI: 10.3390/s23031169.
5. Schmidt R. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 1986. № 34 (3). P. 276–280. DOI: 10.1109/TASSP.1986.1164317.
6. Roy R., Kailath T. ESPRIT — Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.* 1989. № 37 (7). P. 984–995. DOI: 10.1109/29.32276.
7. Capon J. High-Resolution Frequency – Wavenumber Spectrum Analysis. *Proc. IEEE.* 1969. № 57 (8). P. 1408–1418. DOI: 10.1109/TAU.1969.1162058.
8. Rout D. K. et al. FANET Routing Protocol Analysis for Multi-UAV-Based Systems: A Comprehensive Survey. *Drones.* 2023. № 7 (11). P. 700. DOI: 10.3390/drones7110700.
9. Silvus Technologies. *StreamCaster 4400 Enhanced (SC-4400E) – Datasheet.* 2022. URL: https://silvustechologies.com/wp-content/uploads/2022/09/StreamCaster-4400-SC4400-Enhanced-Datasheet_09.16.22.pdf (date of access: 12.10.2025).