

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-61-01>

УДК 004.05

Єрмоленко Ігор Андрійович, аспірант

<http://orcid.org/0000-0003-2440-1864>

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

МЕТОД ПОБУДОВИ GL-МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПОСЛІДОВНИХ K-WITHIN-M-OUT-OF-N СИСТЕМ

Єрмоленко І. А. Метод побудови GL-моделей для consecutive-k-within-m-out-of-n систем. Стаття присвячена методу побудови GL-моделі для відмовостійких багатопроцесорних систем. GL-моделі використовуються для оцінки параметра надійності системи шляхом проведення статичних експериментів, що базуються на поведінці системи у потоці відмов. У статті розглядається *consecutive-k-within-m-out-of-n* системи. Такі системи виходять з ладу при відмові будь-яких k з m послідовних елементів. Не існує відомого методу побудови GL-моделей для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем, не дивлячись на те, що такі системи широко поширені, а розрахунок параметру надійності через GL-моделі часто простіший за аналітичні методи, особливо для складних, неоднорідних систем. При появі додаткових умов виходу системи, на GL-моделях відносно просто відобразити зміни, в той час, як для аналітичних методів можуть потребувати значних перерахунків. Отже, метою даної роботи є опис універсального методу побудови GL-моделей для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем. Побудову GL-моделі вище зазначеної системи, розпочнемо з побудови підмоделей для кожних m елементів з зсувом в одиницю. Наступним кроком, об'єднаємо всі побудовані GL-моделі в одну і побудуємо її граф так, щоб графи підмоделей з'єднувалися в одній вершині. Експериментально доведено, що модель побудована за допомогою запропонованого методу точно відображає поведінку заданої системи у потоці відмов.

Ключові слова: GL-моделі; MBP-моделі; небазові відмовостійкі багатопроцесорні системи; k-out-of-n системи, consecutive-k-within-m-out-of-n

Yermolenko I. Method for constructing GL-models for consecutive k-within-m-out-of-n systems. The article is devoted to the method for constructing a GL-model for fault-tolerant multiprocessor systems. GL-models are used to evaluate the reliability parameter of a system by performing statistical experiments based on its behavior in the failure flow. The paper considers *consecutive-k-within-m-out-of-n* systems – systems that fail when any k of m consecutive elements fail. Currently, no known method exists for constructing GL-models for *consecutive-k-within-m-out-of-n* systems, despite their wide use and the fact that reliability evaluation using GL-models is often simpler than analytical methods, especially for complex and heterogeneous systems. When additional failure conditions are introduced, GL-models make it relatively easy to represent such changes, whereas analytical methods may require significant recalculations. Therefore, the purpose of this work is to describe a universal method for constructing GL-models for *consecutive-k-within-m-out-of-n* systems. The construction of the GL-model for the above-mentioned system begins with creating submodels for each group of m elements with a one-element shift. In the next step, all submodels are combined into one by connecting their graphs at a common vertex. Experimental results have confirmed that the model built using the proposed method accurately reflects the behavior of the given system in the failure flow..

Keywords: GL-models; minimum lost edges-models; non-basic fault-tolerant multiprocessor systems; k-out-of-n systems, consecutive-k-within-m-out-of-n

Постановка наукової проблеми. Сучасні автоматизовані системи керування (СК) суттєво зменшили ступінь безпосередньої участі людини у функціонуванні складних технічних систем. Мінімізація залежності від людського фактору сприяє підвищенню стабільності роботи СК, а оператор, в свою чергу, виконує значно менше рутинних і повторюваних дій. Водночас, автоматизовані СК роблять можливим розв'язання завдань із високим рівнем обчислювальної складності завдяки високим обчислювальним можливостям. Як правило, такі СК побудовані на основі мікропроцесорних систем, які здатні отримувати дані від контролерів, аналізувати їх та формувати керуючі сигнали відповідно до отриманої інформації.

Іноді, аварійні відмови СК можуть спричинити масштабні матеріальні збитки та фінансові втрати, у першу чергу в галузях авіаційної й космічної техніки, енергетичних систем та інфраструктур, що мають критичне значення. Критично небезпечними є відмови в автоматизованих системах керування транспортних і авіаційних засобів. Зокрема засобів, що обладнані автопілотними технологіями, через те, що їх функціонування залежить від автономної обробки даних із зовнішнього середовища та самостійного ухвалення рішень. Як результат - вихід з ладу навіть одного модуля може призвести до неконтрольованої втрати об'єкта або мати катастрофічні наслідки.

У зв'язку з цим особливо важливо, щоб такі системи забезпечували безперервну роботу протягом заданого часу в межах визначених умов експлуатації. Інакше кажучи, головним критерієм їхньої ефективності виступає показник надійності. Водночас навіть високонадійні СК не

застраховані від відмов, а отже, першорядного значення набуває відмовостійкість – здатність системи підтримувати працездатність або швидко відновлювати її при часткових збоях.

Враховуючи ключове значення надійності й безпеки, у проектуванні таких СК застосовуються відмовостійкі багатопроцесорні системи (ВБС). Їхня архітектура ґрунтується на використанні кількох процесорів, що забезпечує працездатність навіть за умов виходу з ладу деяких з цих процесорів. При створенні ВБС першочергова увага приділяється методикам розрахунку надійності та аналізу рівня безпеки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. ВБС є базовою, якщо вона залишається працездатною за умови, що кількість відмов не перевищує певного порогу m , тобто коли кількість справних процесорів не менша за $n - m$, де n - це загальна кількість процесорів у системі. Небазові системи, на відміну від базових, можуть демонструвати різну реакцію на однакову кількість відмов залежно від конкретної їх комбінації. Зокрема, система може вийти з ладу при одному наборі m відмов і залишатися працездатною при іншому наборі тієї ж кратності.

У науковій літературі базові системи часто позначають як k -out-of- n системи (типу :F або :G) [1][2]. Такі системи відмовляють, коли відмовляють k компонентів (k -out-of- n :F), або залишаються працездатними, якщо функціонують k із n компонентів (k -out-of- n :G). У межах цієї роботи використовується позначення k -out-of- n для систем типу k -out-of- n :F..

Більшість реальних систем є небазовими, оскільки мають складнішу структуру залежності працездатності від комбінації відмов.

Для аналізу надійності як базових, так і небазових ВБС розроблено широкий спектр аналітичних методів. Залежно від умов відмов і топології системи, виділяють такі типи структур: k -out-of- n [1][2]; $consecutive-k$ -out-of- n [3]; $consecutive-k$ -within- m -out-of- n [4]; $consecutive-k$ -out-of- r -from- n [5]; m - $consecutive-k$ -out-of- n [6]; (n, f, k) [7]; $\langle n, f, k \rangle$ [8]; m - $consecutive-k$, l -out-of- n [9]; k_c -out-of- n [10]; $consecutive-(r, s)$ -out-of- (m, n) [10]; $consecutive-k_r$ -out-of- n_r [11] тощо.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми. Основним недоліком аналітичних підходів є те, що при зміні або при введенні додаткових умов відмов необхідно розробляти нові методи.

Іншим підходом до оцінювання надійності ВБС є метод статистичного моделювання поведінки системи у потоці відмов. Статичне моделювання, на відміну від аналітичних методів, не потребує значних перерахунків при побудові можна вважати універсальним підходом. Головним недоліком статично моделювання можна вважати залежність точності оцінки параметра надійності від кількості експериментів. GL-модель [12][13] може бути використана як модель поведінки ВБС у потоці відмов. GL-модель являє собою неорієнтований граф, ребрам якого приписано булеві функції. Аргументами цих функцій виступають змінні x_i , що формують вектор стану системи в якому $x_i = 1$ означає, що процесор справний, а $x_i = 0$ - що процесор, що відмовив. Якщо значення функції, призначеної ребру, дорівнює нулю, відповідне ребро вилючається з графа. Втрата зв'язності графа інтерпретується як відмова всієї системи.

Аналогічно до ВБС, GL-моделі поділяються на базові та небазові. Базова GL-модель описує систему з n компонентів, яка залишається працездатною за не більш ніж m відмовах ($n > m$). Втрата зв'язності графа відбувається, коли у векторі стану міститься $m + 1$ або більше нульових компонент. Небазову GL-модель можна отримати шляхом модифікації базової, змінюючи поведінку моделі на певних векторах станів для точнішого відображення реальної динаміки системи. Таку зміну поведінки на певному векторі називають блокуванням цього вектора. Згідно з [14], модель $K(m, n)$ може бути модифікована двома способами: послабленням – коли граф втрачає зв'язність для деяких векторів із m або менше нулями, або, посиленням – коли граф зберігає зв'язність для окремих векторів, що мають більше ніж m нулів. Модифікацію можна здійснювати шляхом зміни булевих функцій на ребрах графа, зміни структури графа або поєднанням цих двох підходів.

До переваг використання GL-моделей для моделювання поведінки ВБС можна віднести можливість відображення додаткових умов відмов, таких як вихід з ладу певної групи процесорів або будь-якої послідовності з k взаємопов'язаних елементів, без необхідності повної перебудови моделі. Також, за допомогою GL-моделей можна нескладно описати композиційні системи, що складаються із підсистем із різними умовами відмов. В той же час, аналітичні методи вимагають значних перерахунків кожного разу при зміні умов виходу з ладу або структури системи.

Мета дослідження. У [15][16] були запропоновані методи побудови GL-моделей для систем типів $consecutive-k$ -out-of- n , (n, f, k) , $consecutive-(r, s)$ -out-of- (m, n) , а також системи змішаного типу, поведінка яких у потоці відмов відповідала декільком типам систем одночасно. Проте системи класу

consecutive-k-within-m-out-of-n [6] у цьому дослідженні не розглядалися, що залишає відкритим питання щодо універсального підходу до побудови GL-моделей для такого типу структур.

Системи типу *consecutive-k-within-m-out-of-n* є узагальненням базових систем *k-out-of-n* і характеризуються наявністю умов відмови всередині підмножин компонентів (вікон) розміром m . Тобто, система залишається працездатною доти, доки в жодному з вікон довжиною m не спостерігається одночасна відмова k або більшої кількості компонентів. При цьому елементи системи розглядаються як лінійно впорядковані. На відміну від *consecutive-k-out-of-n*, компоненти не обов'язково повинні бути з'єднані напряму між собою.

Іншими словами, системи *consecutive-k-within-m-out-of-n* описують системи, що виходять з ладу при локальній концентрації відмов. Наприклад, ВБС, де відмова групи сусідніх процесорів або модулів може призвести до порушення функціонування всієї системи, навіть якщо загальна кількість відмов залишається відносно невеликою.

Попри наявні аналітичні підходи до оцінювання надійності таких структур, універсальний метод побудови GL-моделей для систем цього типу наразі відсутній.

Отже, метою даного дослідження є розробка універсального методу побудови GL-моделей, що адекватно моделюють поведінку *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем у потоці відмов.

Основна частина дослідження. GL-модель базової системи, що складається з N процесорів та залишається працездатною при відмові більше ніж m компонентів, позначатимемо як $K(m, N)$. В [15][16] методи побудови GL-моделей для *consecutive-k-out-of-n*, (n, f, k) , *consecutive-(r, s)-out-of-(m, n)*, а, також, для змішаних систем, базуються на МВР-моделях (мінімум втрачених ребер) [17]. Отже, метод побудови GL-моделей для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем також буде базуватись на МВР-моделях. Однією з характерних особливостей МВР-моделей є те, що граф моделі $K(m, N)$ втрачає рівно одне ребро, коли в системі наявні m відмов, а також втрачає 2 ребра, коли кількість відмов дорівнює $m + 1$. Відповідно, коли кількість відмов менша за m , то граф не втрачає жодного ребра. Кількість втрачених ребер можна порахувати за формулою:

$$\psi(m, l) = \begin{cases} 0, & \text{if } l < m \\ l - m + 1, & \text{if } l \geq m \end{cases}$$

Загальну кількість ребер в графі, і, відповідно, кількість реберних функцій можна порахувати за формулою [17]:

$$\rho(m, n) = n - m + 1$$

Розглянемо загальний підхід до побудови GL-моделі для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем. Як вже було зазначено вище, такі системи виходять з ладу при відмові будь-яких k з m послідовних елементів. Або, можна сказати, що система залишається у робочому стані доки у «вікні» розміром m залишаються $m - k + 1$ робочих елементів. Тому, розпочнемо побудову GL-моделі всієї системи з побудови підмоделі K_1 для перших m елементів. Підмодель K_1 також є GL-моделлю. Наступним кроком побудуємо модель K_2 для елементів від 2 до $m+1$. Будемо будувати моделі для всіх елементів зі зміщенням, до поки не дійдемо до останніх m елементів. Кількість підмоделей можна порахувати за формулою:

$$C = n - m + 1.$$

Тобто:

$$K = \{K_i \mid i = 1, 2, \dots, n - m + 1\},$$

Де $K_i = K(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+m-1})$.

Далі, об'єднаємо всі отримані підмоделі $K_1 - K_{n-m+1}$ у GL-модель K . Побудуємо граф отриманої моделі, який, фактично, буде складатись з об'єднання графів підмоделей у одній точці. Отримана модель відповідає поведінці *consecutive-k-within-m-out-of-n* системи в потоці відмов.

Розглянемо приклад. Нехай задана *consecutive-k-within-m-out-of-n* система, що складається з восьми процесорів і чотирьох датчиків (рис. 1). До кожного датчику під'єднано 5 процесорів. Для коректної обробки даних з датчика, необхідно щоб у робочому стані залишались хоча б 3 з 5 під'єднаних до датчика процесорів. Тобто, $n = 8$, $m = 5$, $k = 3$.

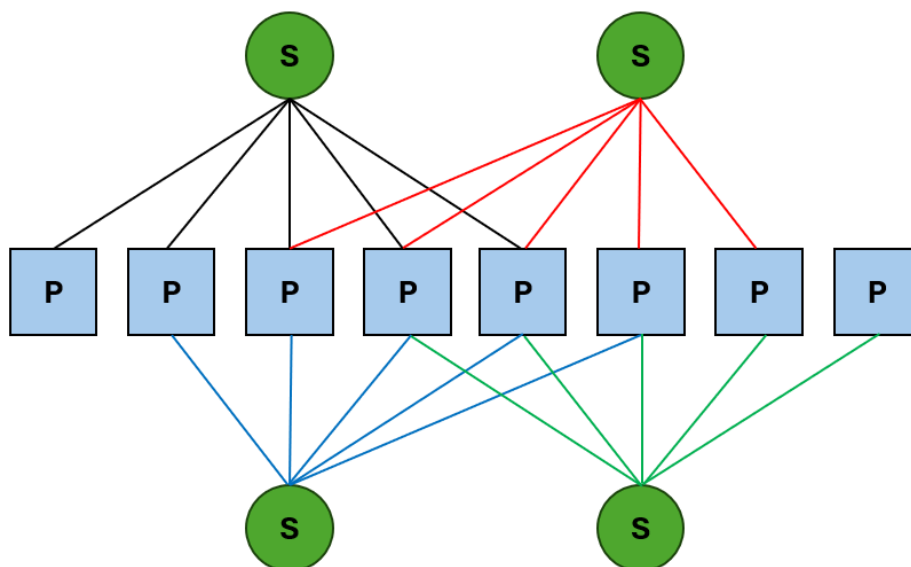


Рис. 1. Приклад *consecutive-3-within-5-out-of-8* системи

Оскільки $m = 5$, то почнемо з побудови GL-моделі для перших 5 процесорів. Тобто система може витримати

$$M = k - 1 = 3 - 1 = 2$$

відмов на відрізок довжиною m . Загальна кількість підмоделей буде:

$$C = n - m + 1 = 8 - 5 + 1 = 4.$$

Як вже було зазначено вище, метод побудови GL-моделей для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем ґрунтується на МВР-моделях [17], тож побудуємо МВР модель $K_1(2, 5)$. Кількість реберних функцій, і, відповідно, ребер у графі, буде:

$$\rho(2,5) = 5 - 2 + 1 = 4.$$

Визначимо реберні функції K_1 :

$$\begin{aligned} f_1 &= x_1 \vee x_2; \\ f_2 &= x_1 x_2 \vee x_3 x_4 x_5; \\ f_3 &= x_3 \vee x_4; \\ f_4 &= x_3 x_4 \vee x_5. \end{aligned}$$

Інші підмоделі будуть повністю повторювати K_1 зі зміщенням. Відповідно реберні функції K_2 будуть:

$$\begin{aligned} f_5 &= x_2 \vee x_3; \\ f_6 &= x_2 x_3 \vee x_4 x_5 x_6; \\ f_7 &= x_4 \vee x_5; \\ f_8 &= x_4 x_5 \vee x_6. \end{aligned}$$

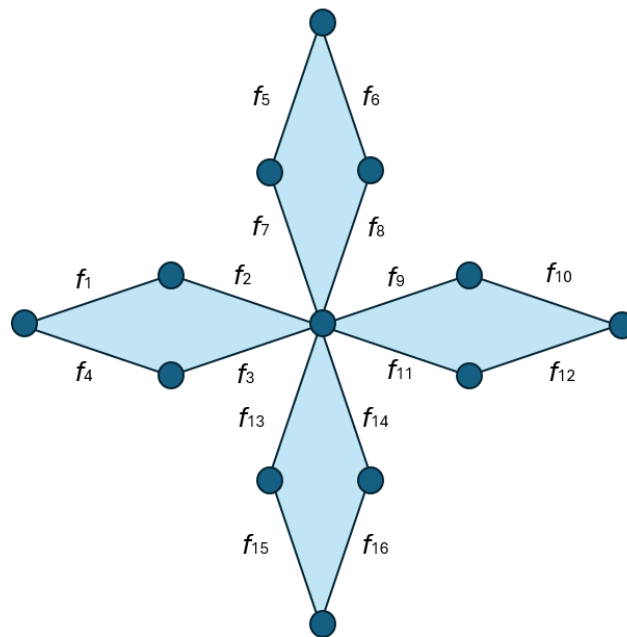
K_3 :

$$\begin{aligned} f_9 &= x_3 \vee x_4; \\ f_{10} &= x_3 x_4 \vee x_5 x_6 x_7; \\ f_{11} &= x_5 \vee x_6; \\ f_{12} &= x_5 x_6 \vee x_7. \end{aligned}$$

K_4 :

$$\begin{aligned} f_{13} &= x_4 \vee x_5; \\ f_{14} &= x_4 x_5 \vee x_6 x_7 x_8; \\ f_{15} &= x_6 \vee x_7; \\ f_{16} &= x_6 x_7 \vee x_8. \end{aligned}$$

Модель K , що відповідає поведінці всієї системи в потоці відмов, буде об'єднанням всіх вище визначених реберних функцій. Побудуємо граф моделі K (рис. 2).

Рис. 2 Граф GL-моделі *consecutive-3-within-5-out-of-8* системи

Впевнимось, що отримана модель відповідає поведінці заданої системи в потоці відмов. Наприклад, граф втратить зв'язність на таких векторах, як 00011111, 11010101, 11100011, 11101100, 10011011, 00101001, 10000111. Тобто, на всіх векторах, що відповідають умові виходу з ладу *consecutive-3-within-5-out-of-8* системи: відмова трьох з п'яти послідовних елементів. При цьому, зв'язність графа зберігається на таких векторах: 10011111, 01101011, 00111001.

Висновки та перспективи подальшого дослідження. У статті запропонований метод побудови GL-моделей для *consecutive-k-within-m-out-of-n* систем. На відміну від базових *k-out-of-n* систем, що виходять з ладу при відмові будь-яких k компонентів, *consecutive-k-within-m-out-of-n* системи виходять з ладу при відмові k з m послідовних компонентів. Запропонований метод ґрунтується на МВР-моделях (мінімум втрачених ребер). Для кожного вікна розміром m будується окремо МВР-модель, які потім об'єднуються в одну GL-модель.

Були проведені експерименти, які підтвердили, що побудовані моделі адекватно відтворюють поведінку *consecutive-k-within-m-out-of-n* у потоці відмов. Продемонстрований приклад побудови GL-моделі для такої системи.

Запропонований підхід може бути застосований не тільки до відмовостійких систем, де елементами є процесори, але й до систем, що складаються з елементів іншого типу.

Подальші дослідження можуть бути присвячені пошуку інших шляхів побудови GL-моделей для заданого типу систем (наприклад, шляхом модифікацій реберних функцій), або розробці методів побудови GL-моделей для інших типів систем.

Список бібліографічного опису

1. Huynh K. T., Vu H. C., Nguyen T. D., Ho A. C. A predictive maintenance model for *k-out-of-n*: F continuously deteriorating systems subject to stochastic and economic dependencies. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022. Vol. 226. 108671.
2. Asadi M. On the phase transition of *k-out-of-n* systems with applications to optimal maintenance. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2024. Vol. 435. 115286.
3. Dui H., Tian T., Zhao J., Wu S. Comparing with the joint importance under consideration of *consecutive-k-out-of-n* system structure changes. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022. Vol. 219. 108255.
4. Torrado N. Tail behavior of *consecutive 2-within-m-out-of-n* systems with nonidentical components. *Applied Mathematical Modelling*. 2015. Vol. 39 (15). P. 4586–4592.
5. Chachra A., Ram M., Kumar A. A pythagorean fuzzy approach to *consecutive k-out-of-r-from-n* system reliability modelling. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2024. P. 1–12.
6. Triantafyllou I. S. On the combined *m-consecutive-k-out-of-n*: F and *consecutive kc-out-of-n*: F reliability system: Some advances. In: *Advances in Reliability Science 4.0*. Eds.: Ram M., Xing L. 2023. P. 463–476.
7. Triantafyllou I., Koutras M. Reliability properties of (n, f, k) systems. *IEEE Transactions on Reliability*. 2014. Vol. 63 (1). P. 357–366.

8. Özbey F. Reliability evaluation of m -consecutive- k , l -out-of- n : F system subjected to shocks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2022. Vol. 236 (6)P. 1135–1146.
9. Lu J., Yi H., Li X., Balakrishnan N. Joint reliability of two consecutive- (l, l) or $(2, k)$ -out-of- $(2, n)$: F type systems and its application in smart street light deployment. *Methodology and Computing in Applied Probability*. 2023. Vol. 25 (1). P. 33.
10. Lin C., Cui L. R., Coit D. W., Lv M. Reliability modeling on consecutive- kr -out-of- nr : F linear zigzag structure and circular polygon structure. *IEEE Transactions on Reliability*. 2016. Vol. 65 (3). P. 1509–1521.
11. Романкевич А. М., Карачун Л. Ф., Романкевич В. А. Графо-логические модели для анализа сложных отказоустойчивых вычислительных систем. *Электронное моделирование*. 2001. Т. 23 (1). С. 102–111.
12. Романкевич В. А., Рабих Мохд Ахмад Аль Шбул, Назаренко В. В. О минимизации базовых циклических GL-моделей. *Вісник ТУП. Технічні науки*. Хмельницький. 2004. Т. 2 (1). С. 42–46.
13. Морозов К. В., Романкевич А. М., Романкевич В. А. О характере влияния модификации реберных функций GL-модели на ее поведение в потоке отказов. *Радиоэлектронные и компьютерные системы*. 2016. № 6. С. 108–112.
14. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M. Graph-logical models for (n, f, k) and consecutive- k -out-of- n systems. *Herald of Advanced Information Technology*. 2024. Vol. 7 (3). P. 296–308.
15. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M., Melnyk O. O. Generalization of the method for constructing GL-models of complex fault-tolerant multiprocessor systems with additional failure conditions. *Nauka i Tekhnika (AAIT)*. Odesa. 2025. Vol. 8 (2). P. 216–230.
16. Романкевич В. А., Потапова Е. Р., Бахтари Х., Назаренко В. В. GL-модель поведения отказоустойчивых мультипроцессорных систем с минимальным числом потерянных ребер. *Вісник НТУУ «КПІ». Інформатика, операційна та обчислювальна техніка*. 2006. № 45. С. 93–100.

References

1. Huynh K. T., Vu H. C., Nguyen T. D., Ho A. C. A predictive maintenance model for k out of n : F continuously deteriorating systems subject to stochastic and economic dependencies. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022. Vol. 226. 108671.
2. Asadi M. On the phase transition of k -out-of- n systems with applications to optimal maintenance. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2024. Vol. 435. 115286.
3. Dui H., Tian T., Zhao J., Wu S. Comparing with the joint importance under consideration of consecutive- k -out-of- n system structure changes. *Reliability Engineering & System Safety*. 2022. Vol. 219. 108255.
4. Torrado N. Tail behavior of consecutive 2-within- m -out-of- n systems with nonidentical components. *Applied Mathematical Modelling*. 2015. Vol. 39 (15). P. 4586–4592.
5. Chachra A., Ram M., Kumar A. A pythagorean fuzzy approach to consecutive k -out-of- r -from- n system reliability modelling. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2024. P. 1–12.
6. Triantafyllou I. S. On the combined m -consecutive- k -out-of- n : F and consecutive kc -out-of- n : F reliability system: Some advances. In: *Advances in Reliability Science 4.0*. Eds.: Ram M., Xing L. 2023. P. 463–476.
7. Triantafyllou I., Koutras M. Reliability properties of (n, f, k) systems. *IEEE Transactions on Reliability*. 2014. Vol. 63 (1). P. 357–366.
8. Özbey F. Reliability evaluation of m -consecutive- k , l -out-of- n : F system subjected to shocks. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*. 2022. Vol. 236 (6)P. 1135–1146.
9. Lu J., Yi H., Li X., Balakrishnan N. Joint reliability of two consecutive- (l, l) or $(2, k)$ -out-of- $(2, n)$: F type systems and its application in smart street light deployment. *Methodology and Computing in Applied Probability*. 2023. Vol. 25 (1). P. 33.
10. Lin C., Cui L. R., Coit D. W., Lv M. Reliability modeling on consecutive- kr -out-of- nr : F linear zigzag structure and circular polygon structure. *IEEE Transactions on Reliability*. 2016. Vol. 65 (3). P. 1509–1521.
11. Romankevich A. M., Karachun L. F., Romankevich V. A. Graph-logical models for the analysis of complex fault-tolerant computing systems. *Electronic Modeling*. 2001. Vol. 23(1). P. 102–111.
12. Romankevich V. A., Rabh Moh'd Ahmad Al Shbul, Nazarenko V. V. On the minimization of basic cyclic GL-models. *Visnyk TUP. Technical Sciences*. Khmelnytskyi. 2004. Vol. 2(1). P. 42–46.
13. Morozov K. V., Romankevich A. M., Romankevich V. A. On the nature of the influence of modification of edge functions of a GL-model on its behavior in a failure flow. *Radio-Electronic and Computer Systems*. 2016. No. 6. P. 108–112.
14. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M. Graph-logical models for (n, f, k) and consecutive- k -out-of- n systems. *Herald of Advanced Information Technology*. 2024. Vol. 7 (3). P. 296–308.
15. Romankevich V. A., Yermolenko I. A., Morozov K. V., Romankevich A. M., Melnyk O. O. Generalization of the method for constructing GL-models of complex fault-tolerant multiprocessor systems with additional failure conditions. *Nauka i Tekhnika (AAIT)*. Odesa. 2025. Vol. 8 (2). P. 216–230.
16. Romankevich V. A., Potapova E. R., Bakhtari Kh., Nazarenko V. V. GL-model of behavior of fault-tolerant multiprocessor systems with a minimal number of lost edges. *Visnyk NTUU «KPI». Informatics, Operation and Computer Science*. 2006. Vol. 45. P. 93–100.