

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2025-59-22>

УДК 004:92

Лиман Дмитро Миколайович, аспірант

<https://orcid.org/0009-0001-1300-580X>

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

## СТРУКТУРА КЛАСИФІКАЦІЇ МЕТОДІВ ДЛЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ГРАФІВ ВЕЛИКОГО РОЗМІРУ

**Лиман Д. М. Структура класифікації методів для візуалізації графів великого розміру.** У статті розглядається актуальна проблема візуалізації графів великого розміру, яка супроводжується такими викликами, як ускладнення візуального сприйняття графа через велику кількість вершин та ребер, висока складність інтерпретації візуального представлення та низька швидкодія існуючих методів. У роботі виконано аналіз існуючих методів візуалізації, в результаті якого констатується відсутність строгої ієрархічної класифікації цих методів, що ускладнює їх систематизацію, вибір та виявлення перспективних напрямів для подальших досліджень. Метою даного дослідження є розробка структури класифікації існуючих методів візуалізації графів великого розміру. На основі аналізу останніх досліджень та публікацій виділено три основні категорії методів, що вирішують ключові задачі візуалізації: методи присвоєння координат вершинам і ребрам (охоплюють силові, спектральні, генетичні та засновані на графових нейронних мережах методи), методи обробки великих графів (охоплюють методи модифікації графа, вибірки підграфів, створення ієрархії, паралельних обчислень та застосування машинного навчання) та методи оптимізації візуального представлення графів (охоплюють методи мінімізації перетинів ребер, збільшення відстані між вершинами та адаптивного охолодження). Запропонована структура класифікації деталізує кожну з цих категорій на підкатегорії методів, враховуючи відмінності у підходах до вирішення різних частин загальної задачі візуалізації графів великого розміру. Розроблена структура систематизує наявні знання та створює основу для подальшої повної класифікації методів, яка сприятиме обґрунтованому вибору методів візуалізації відповідно до початкового графа, а також визначатиме напрями для розробки нових, більш ефективних методів візуалізації графів великого розміру.

**Ключові слова:** візуалізація графів, графи великого розміру, координати графів, паралельні обчислення, машинне навчання.

**Lyman D. The Classification Structure of Methods for Large-Scale Graph Visualization.** The article addresses the current challenge of large-scale graph visualization, which is accompanied by issues such as difficult visual perception due to the high number of vertices and edges, the complexity of interpreting visual representations, and the low efficiency of existing methods. The study analyzes existing visualization methods and concludes that there is no strict hierarchical classification, which complicates their systematization, selection, and identification of promising research directions. The goal of this research is to develop the classification structure for existing large-scale graph visualization methods. Based on an analysis of recent studies and publications, three main categories of methods solving key visualization tasks are identified: vertex and edge coordinate assignment methods (including force-directed, spectral, genetic, and graph neural network-based methods), large graph processing methods (covering graph modification, subgraph sampling, hierarchy creation, parallel computing, and machine learning methods), and graph visual representation optimization methods (including edge crossing minimization, vertex distance maximization, and adaptive cooling methods). The proposed classification structure details each of these categories into subcategories, considering differences in approaches to solving various aspects of large-scale graph visualization. The developed structure systematizes existing knowledge and provides a foundation for further comprehensive method classification, facilitating informed method selection based on the input graph and identifying directions for developing new, more efficient large-scale graph visualization methods.

**Keywords:** graph visualization, large-scale graphs, graph coordinates, parallel computing, machine learning.

**Постановка наукової проблеми.** Візуалізація графів великого розміру є однією з важливих задач в багатьох галузях науки і техніки, таких як комп'ютерні науки, соціальні мережі, біоінформатика та інші. У галузях, де проміжні чи кінцеві дані можуть бути представлені у вигляді графа, типовими є випадки, в яких кількість вершин і ребер графа може бути більшою за одну тисячу. Відповідно візуалізація такого роду даних має наступні проблеми: перевантаження інформацією, складність інтерпретації результатів, необхідність ефективного представлення великих обсягів даних у межах обмеженого екранного простору та зручність переходу від загального представлення графа до значень і зв'язків конкретних вершин.

На даний момент було розроблено вже немало методів для візуалізації великих графів, однак вони стикаються з проблемами швидкодії обробки інформації, а саме з незадовільним часом виконання підрахунку координат і власне візуалізації отриманого результату. Більшість методів зосереджуються на оптимізації окремих аспектів візуалізації, таких як покращення сприйняття структурної інформації (за рахунок розосередження вершин, зменшення кількості перетинів між ребрами) або зменшення навантаження на ресурси центрального процесора комп'ютера. Також невирішеною є проблема обробки у реальному часі даних, які представлені у вигляді графа і кількість яких збільшується з плином часу.

Наразі є достатньо великий обсяг інформації щодо різних аспектів візуалізації графів великого розміру, але строга ієрархічна класифікація методів, які використовуються для реалізації цих аспектів, все ще є відсутньою.

Таким чином, задача розробки структури класифікації (а згодом і самої класифікації) існуючих методів візуалізації великих графів з метою визначення їхніх переваг, недоліків і особливостей застосування є актуальною. Це дозволить не лише покращити розуміння існуючих підходів, а й сприятиме розробці нових методів, які можуть вирішити проблеми, пов'язані з обробкою даних великого обсягу, що представлені у вигляді графів.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Існують різні підходи до вирішення складних проблем візуалізації великих наборів даних, які можуть бути представлені у вигляді графа. В цілому, усі дослідження по створенню і реалізації методів обробки графів для подальшої візуалізації можна розділити на три категорії:

1. Методи присвоєння координат вершинам і ребрам на декартовій системі координат.
2. Методи оптимізації використання ресурсів комп'ютера при визначенні координат вершин великих графів.
3. Методи оптимізації візуального представлення графів на площині.

У цій статті проаналізовано всі три категорії методів, що застосовуються в рішеннях такої комплексної проблеми візуалізації.

Для підрахунку координат вершин і ребер, дослідниками вже було розроблено немало методів, кожен з яких використовує різні обчислювальні парадигми. Найпоширенішими за використанням серед них є методи силового моделювання, спектральні методи та їх комбінація з силовим моделюванням, методи генетичних алгоритмів, а також нові методи, які використовують графові нейронні мережі. Одним із найнеефективніших рішень для візуалізації графів є використання методів силового моделювання, які базуються на моделюванні фізичних сил між вершинами і ребрами. Такі методи ітеративно намагаються мінімізувати кількість перетинів між ребрами та рівномірно розподіляють вершини у просторі заданої площини візуалізації.

Завдяки своїй універсальності, методи силового моделювання є типовим рішенням для візуалізації графів з різним масштабом, особливо коли важливо відобразити структуру графа у вигляді, зручному для сприйняття користувачем. Більшість з них не є детермінованими, оскільки використовують псевдовипадкові числа на етапі генерації початкових координат або інших етапах роботи методу. Незважаючи на останні досягнення, виконання обробки цими методами на великому графі може зайняти хвилини або години, оскільки в найгірших випадках виникає квадратична залежність від кількості вершин [2]. Зважаючи на це, деякі дослідники намагаються зменшити час обробки графа за такими методами, модифікуючи початкову структуру даних через видалення вершин і ребер. Іншим підходом є розбиття оригінального графа на менші графи за допомогою створення ієрархії.

У статті [3] описується один з можливих методів модифікації графа за допомогою заміни декількох ребер на одне. Метод, що описаний в цій статті, досягає певного пришвидшення виконання процесу присвоєння координат вершинам, але це пришвидшення є тільки незначним, особливо для великих графів із кількістю вершин 10000 або більше, причому з втратою інформації у візуальному представленні графа порівняно з вхідним графом.

У роботі [4] автори експериментально підтверджують припущення, що отримання високої якості розташування вершин методом силового моделювання є можливим для композицій графів з кількістю вершин від 10 до навіть 5000 і середнім ступенем вершини – 7. Тут і надалі, під якістю розташування вершин мається на увазі зрозумілість, зручність та естетичне сприйняття графа після візуалізації [5]. Можливим недоліком для практичного застосування описаного у роботі [4] методу є введення множини обмежень на початковий граф, що зменшує універсальність його використання.

Окрім метода описаного у роботі [4], який накладає обмеження на тип вхідного графа (тільки для складених графів), існують методи, що намагаються визначити ієрархію вершин графа самостійно. Після визначення ієрархії стає можливим зменшення кількості вершин у підрахунку силової моделі графа за допомогою використання таких підходів, як в роботі [4]. Наприклад, у роботі [6] автор описує метод використання послідовності все менш і менш точних версій оригінального графа, які створюються шляхом розбиття графа на множини вершин за певними ознаками. На кожному наступному кроці такі множини об'єднують в одну вершину і процес повторюється. Недоліком цього методу є ігнорування загальної структури графа, що може бути

вирішальним для розуміння вхідного графа. Тут і надалі, під загальною структурою графа мається на увазі зведення графа [7], тобто об'єднання вершин графа згідно їх семантичних значень у домені застосування цього графа.

Іншим напрямом роботи дослідників для вирішення задачі скорочення часу обробки графа методами присвоєння координат вершинам графа на площині є використання розпаралелення процесу обробки графів за допомогою апаратних прискорювачів. Найчастіше розпаралелення виконується для методів категорії силового моделювання графів. У роботі [8], автори використовують вищезгадані методи для виконання серії спрощень оригінального графа, але фокусують свою увагу на паралельних обчисленнях. Це дозволяє зменшити час роботи обробки графів згідно із силовою моделлю присвоєння координат вершинам графа. Автори роботи [8] розробили метод з розпаралеленим розрахунком координат під назвою BatchLayout, який може суттєво збільшити швидкодію. Однак, це дослідження орієнтоване тільки на один аспект обробки графів, а саме на аспект обчислювальної ефективності, і не зосереджується на аспектах, що орієнтовані на користувача. Наприклад таких, як можливо різне виконання процесу обробки графа методом присвоєння координат для одного й того ж графа від запуску до запуску обробки (бо граф вже змінився) або оновлення графа в реальному часі.

Усі методи, що зазначені вище, використовують силову модель для присвоєння координат вершинам графів. Зважаючи на розвиток машинного навчання та генеративних моделей, були вже розроблені й альтернативні методи, де координати присвоюються вершинам методами генетичних алгоритмів [9] або графовими нейронними мережами [10]. У цих методах використовуються показники розходження графа на всю доступну площину, перетину ребер графа та наближеності вершин графа одна до одної. Оригінальна ідея була запропонована у статті [9], що полягає у використанні генетичного методу для покращення початкового результату відображення графа, на основі якого буде розраховано кінцеві результуючі координати вершин. Але недоліком цього методу є необхідність подання вхідних даних у вигляді ієрархічної структури.

**Виділення невіршених раніше частин загальної проблеми.** Згідно з проведеним аналізом існуючих методів, можна виділити наступні невіршени частини загальної проблеми візуалізації графів великого розміру:

1. Ігнорування загальної структури оригінального графа. З метою часткового рішення цієї проблеми, а саме покращення сприйняття і розуміння графа людиною, можна запропонувати сумісне використання методів, які враховують наявність кластерів та інших структурних елементів у графах.
2. Мала кількість досліджень, які присвячені розробці нових методів присвоєння координат. Типовим методом для присвоєння координат є метод силового моделювання і більшість дослідників фокусуються саме на його модернізації чи оптимізації. Але при цьому недостатньо уваги приділяється методам, що використовують машинне навчання і штучний інтелект для присвоєння координат вершинам графа.
3. Недостатня швидкість обробки графів. Хоча наразі вже існують методи прискорення обробки графів за допомогою розпаралелення процесу такої обробки, але в цьому напрямі все ще залишається великий простір для подальших досліджень, особливо враховуючи постійний прогрес у розвитку багатопроесорних і багатоядерних апаратних засобів.
4. Недостатня системність наявних досліджень у сфері оптимізації візуального представлення графів. Такий вид оптимізації є важливим для покращення методів, робота яких включає автоматизовану оцінку отриманого результату присвоєння координат вершинам графа, наприклад визначення фітнес-функції.

Розробка нових методів, які дозволили б усунути вказані обмеження та недоліки існуючих методів або хоча б зменшити їх величину, може значно покращити ефективність і якість візуалізації графів. Тому, розробка таких методів є актуальною задачею.

**Мета дослідження.** Наразі вже була розроблена значна кількість методів для візуалізації графів великого розміру, кожен з яких має свої особливості присвоєння координат, обробки великих графів чи оптимізації візуального представлення графів. Але, як зазначалося вище, все ще є невіршени частини цієї проблеми. Тому метою цього дослідження є розробка структури класифікації існуючих методів для візуалізації графів великого розміру, яка виділила б певні категорії цих методів за деякими ознаками та властивостями таких методів. Структура класифікації

має враховувати різні аспекти візуалізації графів, такі як обробка великих графів, оцінка їх візуального представлення, методи для присвоєння координат використовуючи навчання нейронних мереж, попередню обробку графа, паралельні обчислення та інші технологічні аспекти, що впливають на якість та ефективність візуалізації графів.

На наступному етапі дослідження планується виконати власне класифікацію існуючих методів візуалізації графів великого розміру згідно з цією структурою класифікації. Розробка структури такої класифікації та в подальшому власне класифікації дозволила б систематизувати інформацію про існуючі методи, що, з однієї сторони, буде сприяти ефективному вибору та застосуванню цих методів відповідно до специфіки задачі, а з другої сторони, буде визначати потенційні напрями розробки нових методів візуалізації великих графів з кращими характеристиками, ніж у існуючих методів.

#### **Основний матеріал дослідження.**

Для створення структури класифікації спочатку серед існуючих методів необхідно виділити великі категорії (групи) методів першого рівня класифікації, які б згрупували ці методи за найбільш загальними задачами, що виникають при обробці графів великого розміру. Після цього потрібно в кожній із категорій першого рівня виділити категорії методів наступного рівня згідно з відмінностями у підходах, які вони використовують для вирішення поставлених задач.

На першому рівні структури класифікації методів візуалізації графів великого розміру виділимо три великі загальні категорії (групи) методів:

1. Категорія методів присвоєння координат. Ця категорія зорієнтована на дослідження, які визначають розташування вершин і ребер у просторі для відображення графа. До таких методів належать методи, що базуються на фізичних моделях, а також методи, які забезпечують зрозуміле та інтуїтивне представлення графів. Ці методи є основою для візуалізації, оскільки вони безпосередньо впливають на спрощення інтерпретації даних.
2. Категорія методів обробки великих графів. Ця категорія охоплює методи, спрямовані на ефективну роботу з великими обсягами даних, а саме з графами, що мають тисячі або мільйони вершин і ребер. Ці методи зорієнтовані на процеси, за якими відбувається спрощення обробки великих графів за рахунок перетворень оригінального графа чи адаптації обчислень до паралельних обчислювальних систем з більшою кількістю ядер (GPU).
3. Категорія методів оптимізації візуального представлення графів. Ця категорія містить методи, які виконують певні оптимізаційні дії щодо візуалізації великих графів, зокрема виконують мінімізацію перетинів ребер, збільшення відстані між сусідніми вершинами, адаптивне охолодження. Крім того, такі методи використовують підходи, які дозволяють інтуїтивно аналізувати дані, що представлені у вигляді графів.

Структура класифікації методів візуалізації графів, згідно із поділом таких методів на три зазначених категорії верхнього рівня, показана на рис. 1.

Розглянемо тепер наступний рівень структури такої класифікації, поділивши методи кожної із зазначених категорій першого рівня на більш детальні категорії (підгрупи) методів.

Серед методів категорії присвоєння координат особливе місце посідають методи силового моделювання, що були використані у всіх проаналізованих вище дослідженнях. Принцип силового моделювання заснований на фізичних моделях, де вершини графа розглядаються як часточки, що взаємодіють між собою через сили тяжіння та відштовхування. Ребра графа розглядаються як пружини, які утримують вершини на певній відстані. Популярність методів цієї категорії пояснюється їх універсальністю при застосуванні до різних типів чи структур графів та ітеративним методом роботи. Ітеративність дозволяє користувачу знаходити баланс між часом візуалізації та якістю зображення, які знаходяться в оберненій залежності.

Спектральні методи для визначення координат вершин використовують матричне представлення графів (матриці суміжності або матрицю Кірхгофа). Підрахунок власних векторів та власних значень у цих методах базується на положеннях лінійної алгебри та на спектральній теорії графів. Присвоєння координат вершин за спектральним методом підходить для графів, які мають високий ступінь зв'язності і які не розділені на неявні підграфи. Саме через цю особливість у роботі [8] методи спектрального присвоєння координат поєднуються з методами силового моделювання. При такому поєднанні спектральний метод використовується для присвоєння координат загальної

структури графа, оскільки він має високу швидкість роботи на великих обсягах вхідних даних, а силове моделювання дозволяє отримувати візуально прийнятний результат для оригінальних вершин графа. У такому поєднанні використовуються сильні сторони кожного з методів, що дозволяє зменшити час роботи, який потрібен для виконання присвоєння координат.



Рис.1. Структура класифікації методів, що застосовуються для візуалізації графів

Одним з перспективних шляхів розвитку категорії методів присвоєння координат є об'єднання методів силового моделювання з методами машинного навчання [10] або з евристичними методами на основі генетичних алгоритмів [9]. У публікації [10] пропонується концептуальна система нейронної графової візуалізації даних, яка використовує здатність нейронних мереж до ефективного представлення та обчислення. Це дозволяє продемонструвати, що налаштування параметрів функцій втрат, які керують типовим процесом візуалізації графів, може

бути безпосередньо забезпечене нейронною мережею. Зокрема, ця стаття зосереджується на критеріях перетину ребер, демонструючи, що нейронна мережа може навчитися визначати, чи перетинаються два ребра, і забезпечувати налаштування параметрів функції втрат для досягнення стану графа без перетинів. Такі властивості є важливими, оскільки функцію втрат для визначення перетину ребер графа не можна оптимізувати напряму через її недиференційованість.

Серед методів категорії першого рівня структури класифікації, що орієнтовані на обробку великих графів, одними з найпростіших є методи візуалізації з видозміною початкового графа, а саме методи об'єднання вершин та ребер графа. Автор роботи [3] розширює власні попередні дослідження шляхом застосування методів об'єднання ребер для прискорення обчислення сил пружності. Його експерименти на 72 графах показали, що результат роботи з вибіркоvim об'єднанням ребер досягає таких зображень графів, що візуально схожі із зображеннями початкових графів, до яких зміни ще не вносились. Цей результат підтверджується візуалізаціями отриманих графів [3].

Серед методів вибірки підграфів, вартим уваги є метод, що представлений в [4]. Цей метод забезпечує пришвидшення роботи присвоєння координат вершинам для графів, які є композиціями графів. Пришвидження роботи, порівняно з силовим моделюванням, досягається за рахунок поєднання спектрального методу з силовим моделюванням. Першим етапом виконується спектральний метод присвоєння координат, де підграф розглядається як вершина. На другому етапі, відбувається присвоєння координат методом силового моделювання вершинам кожного окремого підграфа, використовуючи координати з першого етапу для початкових значень координат. Варто зауважити, що на другому етапі, обчислення силового моделювання відбувається лише для вершин підграфа, не враховуючи вершини з інших підграфів.

Із категорії методів створення ієрархії розглянемо метод, що описаний у роботі [8]. За цим методом відбувається виділення ієрархії вершин початкового графа для отримання послідовності все менш і менш точних версій оригінального графа. Менш точна версія оригінального графа створюється шляхом визначення найбільших множин вершин, які мають високий степінь зв'язності між вершинами самої множини і не зв'язані або мають низький степінь зв'язності з вершинами інших множин. Зменшення часу роботи методу силового моделювання досягається за рахунок обробки не всіх вершин графа одночасно, а лише вершин графів найменшої точності. Кінцевий результат, що полягає у присвоєнні координат для оригінальних вершин графа, досягається за рахунок апроксимації від найбільш до найменш грубої версії початкової вхідної структури даних. Завдяки такому підходу, цей метод також вирішує проблему можливого збігу до локальних центрів тяжіння і спотворення оригінальної структури, яка виникає із-за використання псевдовипадкових чисел для присвоєння початкових координат вершинам.

Серед методів, що застосовують паралельні обчислення, найчастіше використовуються паралельні версії методів присвоєння координат вершинам великих графів. У статті [8] описано адаптацію метода силового моделювання до матричних структур даних, обробка яких може бути ефективно розпаралелена і прискорена на графічних платах GPU. Така адаптація ґрунтується на використанні спільної пам'яті та більшої кількості ядер у GPU порівняно з паралельним обчисленням на CPU, а також на групуванні вершин у міні-пакети та паралельній обробці всіх вершин, які належать одному міні-пакету. Автори роботи [8] експериментально підтвердили, що їхній оригінальний метод дозволяє значно скоротити час обчислень координат завдяки використанню підходу, що включає паралельне обчислення та обробку міні-пакетів на GPU. Аналогічний міні-пакетний підхід широко використовується також при реалізації навчання глибоких нейронних мереж у формі міні-пакетного стохастичного градієнтного спуску (SGD). У статті [8] цей підхід був адаптований до процесу компонування графів, що дозволило досягти кращої паралельної продуктивності. Одним з можливих шляхів розвитку такого підходу є об'єднання обчислювальної потужності кількох комп'ютерних систем у одну мережу, що збільшило б можливості масштабування методів присвоєння координат вершинам.

Ще однією групою методів у категорії обробки великих графів є методи, що базуються на машинному навчанні. Автори роботи [10] пропонують новий метод Graph Neural Drawers (GND), який застосовує методи машинного навчання для визначення координат вершин графа. На відміну від класичних методів, що використовують явні правила або ітеративні обчислення, GND ґрунтується на моделі, яка навчається на даних, отриманих від застосування різних існуючих методів візуалізації (наприклад, силового моделювання чи спектрального аналізу). Це дозволяє

моделі виявляти закономірності в розташуванні вершин і узагальнювати їх для генерації координат навіть для графів, які не були представлені під час навчання. Ключова особливість підходу у запропонованому в [10] методі машинного навчання полягає в інтеграції навчальних процедур, спрямованих на оптимізацію якості візуалізації шляхом аналізу великих наборів даних.

Категорія методів оптимізації візуального представлення графів охоплює низку підходів, спрямованих на покращення структурованості та якості розташування вершин для подальшого аналізу дослідниками. Особливість методів цієї категорії полягає в тому, що в існуючих роботах вони використовуються лише як додатковий інструмент для покращення чи оцінювання методу присвоєння координат. У цій категорії можна виділити такі підгрупи:

1. Методи мінімізації перетинів ребер. Наприклад, у роботі [10] був використаний критерій кількості перетинів ребер для оцінки результатів машинного навчання. Таким чином, запропонований в цій роботі метод присвоєння координат також фокусується на мінімізації кількості перетинів ребер.
2. Методи збільшення відстані між сусідніми вершинами. Наприклад, у роботі [9] генетичний алгоритм комбінується з метриками розлогості/скупчення (sprawl/clutter) для побудови ієрархії графу. Цей підхід дозволяє шляхом ітераційного відбору знаходити таке розташування вершин графу, при якому вершини з вищим ступенем зв'язності будуть віддалені одна від одної для уникнення скупчення, а з'єднані з ними вершини з нижчим ступенем зв'язності будуть розташовані ближче до них.
3. Методи адаптивного охолодження базуються на фізичних аналогіях (як у методах силового моделювання). Наприклад, у дослідженні [6] запропоновано метод адаптивного охолодження, що динамічно регулює параметри силового моделювання для уникнення локальних мінімумів. Цей метод є особливо ефективним для великих графів, оскільки дозволяє ефективно розподіляти вершини, зберігаючи оптимальні відстані між сусідніми вершинами.

**Висновки та перспективи подальших досліджень у даному напрямку.** Проведене дослідження спрямоване на розробку структури класифікації, яка дозволяє систематизувати інформацію про існуючі методи візуалізації графів великого розміру. Проведений аналіз виокремив чотири основні обмеження таких методів: ігнорування структури оригінального графа, недостатнє дослідження альтернативних методів присвоєння координат, низьку швидкість обробки даних та допоміжний характер використання методів оптимізації візуального представлення графів.

Розроблена структура класифікації не лише систематизує знання про категорії існуючих методів, але й стає основою для їхньої подальшої повної класифікації, створення якої планується на наступному етапі дослідження. Така класифікація дозволить виконувати цілеспрямований вибір найбільш доцільних методів візуалізації графів відповідно до специфіки конкретних задач. Крім того, така класифікація допоможе виявляти прогалини в поточних дослідженнях методів візуалізації графів і покаже напрямки для розробки нових методів з покращеною продуктивністю та якістю візуалізації, що може стати ключем до подолання обмежень у візуалізації графів великого розміру.

#### Список бібліографічного опису:

1. Grandjean M. "Introduction to Data Visualization, Network Analysis in History and Information", volume 18/19. Bern, 2015. P. 109-128. URL: <https://surl.li/onnmpjo> (access date: 15.01.2025).
2. Gove R. "A Random Sampling O(n) Force-calculation Algorithm for Graph Layouts". Computer Graphics Forum, volume 38, 10 July 2019. P. 739-751. URL: <https://doi.org/10.1111/cgf.13724> (access date: 15.12.2024).
3. Gove R. "Force-Directed Graph Layouts by Edge Sampling". 2019 IEEE 9th Symposium on Large Data Analysis and Visualization (LDAV), Vancouver, Canada, 2019. Vancouver, 2019. P. 1-5. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8944364> (access date: 30.01.2025).
4. Balci H., Dogrusoz U. "fCoSE: A Fast Compound Graph Layout Algorithm with Constraint Support". IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, volume 28, no. 12, Piscataway, US, 1 December 2022. Piscataway, 2022. P. 4582-4593. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9477202> (access date: 28.11.2024).
5. Purchase H. "Which aesthetic has the greatest effect on human understanding?". Lecture Notes in Computer Science, vol 1353, Springer, Berlin, Heidelberg, 29 July 2005. P. 248-261. URL: [https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/3-540-63938-1\\_67.pdf](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/3-540-63938-1_67.pdf).
6. Yifan H. "Efficient and High Quality Force-Directed Graph Drawing". Mathematica Journal Vol. 10, Champaign, US, 7 September, 2006. Champaign, 2006. P. 37-71. URL: [http://yifanhu.net/PUB/graph\\_draw\\_small.pdf](http://yifanhu.net/PUB/graph_draw_small.pdf) (access date: 31.01.2025).

7. Terzi E. "GraSS: Graph Structure Summarization". Proceedings of the SIAM International Conference on Data Mining, April 29 - May 1, 2010, Columbus, Ohio, USA. SDM, 2010. P. 454-465. URL: <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/1.9781611972801.40>.
8. Rahman M. K., Sujon M.H., Azad A. "BatchLayout: A Batch-Parallel Force-Directed Graph Layout Algorithm in Shared Memory". 2020 IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis), Tianjin, China, 2020. Tianjin, 2020. P. 16-25. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9086287> (access date: 20.11.2024).
9. Murakami A., Itoh T. "Optimization of Hierarchical Graph Layout with a Genetic Algorithm and Sprawl/Clutter Metrics". 2023 27th International Conference Information Visualisation (IV), Tampere, Finland, 2023. Tampere, 2023. P. 166-171. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10303297> (access date: 25.11.2024).
10. Tiezzi M., Ciravegna G., Gori M. "Graph Neural Networks for Graph Drawing". IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, volume 35, no. 4, Piscataway, US, April, 2024. Piscataway, 2024. P. 4668-4681. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9810169> (access date: 12.12.2024).

#### References:

1. Grandjean M. "Introduction to Data Visualization, Network Analysis in History and Information", volume 18/19. Bern, 2015. P. 109-128. URL: <https://surl.li/onmpjo> (access date: 15.01.2025).
2. Gove R. "A Random Sampling O(n) Force-calculation Algorithm for Graph Layouts". Computer Graphics Forum, volume 38, 10 July 2019. P. 739-751. URL: <https://doi.org/10.1111/cgf.13724> (access date: 15.12.2024).
3. Gove R. "Force-Directed Graph Layouts by Edge Sampling". 2019 IEEE 9th Symposium on Large Data Analysis and Visualization (LDAV), Vancouver, Canada, 2019. Vancouver, 2019. P. 1-5. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8944364> (access date: 30.01.2025).
4. Balci H., Dogrusoz U. "fCoSE: A Fast Compound Graph Layout Algorithm with Constraint Support". IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, volume 28, no. 12, Piscataway, US, 1 December 2022. Piscataway, 2022. P. 4582-4593. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9477202> (access date: 28.11.2024).
5. Purchase H. "Which aesthetic has the greatest effect on human understanding?". Lecture Notes in Computer Science, vol 1353, Springer, Berlin, Heidelberg, 29 July 2005. P. 248-261. URL: [https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/3-540-63938-1\\_67.pdf](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/3-540-63938-1_67.pdf).
6. Yifan H. "Efficient and High Quality Force-Directed Graph Drawing". Mathematica Journal Vol. 10, Champaign, US, 7 September, 2006. Champaign, 2006. P. 37-71. URL: [http://yifanhu.net/PUB/graph\\_draw\\_small.pdf](http://yifanhu.net/PUB/graph_draw_small.pdf) (access date: 31.01.2025).
7. Terzi E. "GraSS: Graph Structure Summarization". Proceedings of the SIAM International Conference on Data Mining, April 29 - May 1, 2010, Columbus, Ohio, USA. SDM, 2010. P. 454-465. URL: <https://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/1.9781611972801.40>.
8. Rahman M. K., Sujon M.H., Azad A. "BatchLayout: A Batch-Parallel Force-Directed Graph Layout Algorithm in Shared Memory". 2020 IEEE Pacific Visualization Symposium (PacificVis), Tianjin, China, 2020. Tianjin, 2020. P. 16-25. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9086287> (access date: 20.11.2024).
9. Murakami A., Itoh T. "Optimization of Hierarchical Graph Layout with a Genetic Algorithm and Sprawl/Clutter Metrics". 2023 27th International Conference Information Visualisation (IV), Tampere, Finland, 2023. Tampere, 2023. P. 166-171. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10303297> (access date: 25.11.2024).
10. Tiezzi M., Ciravegna G., Gori M. "Graph Neural Networks for Graph Drawing". IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, volume 35, no. 4, Piscataway, US, April, 2024. Piscataway, 2024. P. 4668-4681. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/9810169> (access date: 12.12.2024).