

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2024-57-07>

УДК 515.2

Ісмаїлова Неллі Петрівна, д.т.н., професор

<https://orcid.org/0000-0003-0181-4420>

Єлісєєв Ігор Михайлович, к.т.н., ст. викладач

<https://orcid.org/0000-0002-1106-7230>

Перекрестов Ігор Сергійович, к.т.н., ст. викладач

<https://orcid.org/0009-0007-3805-8143>

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку, м. Одеса, Україна

МОДЕЛЮВАННЯ КРИВОЛІНІЙНИХ СПРЯЖЕНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

Ісмаїлова Н. П., Єлісєєв І. П., Перекрестов І. С. Моделювання криволінійних спряжених поверхонь за допомогою комп'ютерних технологій. У роботі пропонується моделювання криволінійних спряжених поверхонь для практичного використання за допомогою комп'ютерних технологій. В середовищі MATLAB розроблена програмна реалізація по удосконаленню методів кругового та гвинтового перетворення, для моделювання криволінійних спряжених поверхонь за допомогою яких можна вирішити більш складні завдання по проектуванню виробів кінематичних пар в машинобудуванні. У галузі моделювання криволінійних складних поверхонь зусиллями провідних вітчизняних і зарубіжних вчених отримано важливі теоретичні та важливі практичні результати. Для того, щоб з ступенем точності достатнім описувати криволінійні профілі проєктованих елементів, програмне забезпечення сучасних систем моделювання руху повинно включати ефективні алгоритми для автоматичної інтерполяції просторового руху робочого органу в спроектовану програмну реалізацію.

Ключові слова - моделювання спряжених криволінійних поверхонь, кругове і гвинтове перетворення, комп'ютерні технології, кінематичні пари.

Ismailova N., Eliseev I., Perekrestov I. Modeling of curved conjugate surfaces using computer technologies. The paper proposes the modeling of curved conjugate surfaces for practical use with the help of computer technologies. A software implementation has been developed in the MATLAB environment to improve the methods of circular and helical transformation for modeling curved conjugate surfaces, with the help of which more complex tasks for designing products of kinematic pairs in mechanical engineering can be solved. In the field of modeling of curved complex surfaces, the efforts of leading domestic and foreign scientists have yielded important theoretical and important practical results. In order to describe the curvilinear profiles of the designed elements with a degree of accuracy, the software of modern motion modeling systems should include effective algorithms for automatic interpolation of the spatial motion of the working body into the designed software implementation.

Key words - modeling of conjugate curved surfaces, circular and helical transformation, computer technologies, kinematic pairs.

Постановка наукової проблеми. У нинішній час потрібно більш продуктивних комп'ютерних автоматизованих методів для рішення проблеми по обробки виробів криволінійної форми в машинобудуванні. Розглянемо сутність кругового та гвинтового методів для моделювання деяких основних криволінійних спряжених поверхонь кінематичних пар в машинобудуванні.

Аналіз досліджень. Виробництво якісних, надійних і довговічних виробів в промисловості може бути досягнуто тільки за умови поєднання високої технологічної культури виробництва і високої культури проектування [1], визначення оптимальних допусків і посадок при якості обробки поверхонь кінематичних пар в машинобудуванні. Результати дослідження показали, що [2], знос поверхні та динаміка шестерень сильно взаємопов'язані, тому з'явилася потреба моделювання криволінійних спряжених поверхонь за допомогою програмних засобів проектування.

При сучасних обсягах і темпах виробництва автоматизованого процесу необхідне не тільки для підвищення продуктивності, але і для підвищення точності проектування кінематичних спряжених криволінійних поверхонь в проєктованих виробів [3].

Мета роботи. Метою дослідження є розробка програмної реалізація в середовище MATLAB кругового та гвинтового перетворення по моделюванню криволінійних спряжених поверхонь з метою усунення об'єктивних похибок, що дасть можливість кінематичним парам в експлуатації бути істотніше, надійніше і довговічніше.

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження. У складних реаліях сучасної української промисловості важливим напрямком науково-технічного розвитку є розробка нових технологій автоматизованого проектування з підвищеними вимогами до ступеня складності проєктованих конструкцій і скороченням термінів виконання замовлень на базі розробок комп'ютерних автоматизованих програм. Тому сьогодні технічна підготовка

проектування, аналіз і виробництво здійснюються з використанням інтегрованих систем автоматизованого проектування. Комп'ютерне моделювання спряжених криволінійних поверхонь кінематичних пар складної форми вирішує проблему підвищення точності профілювання при проектуванні та продуктивності праці конструктора [2].

Спряженими криволінійними поверхнями називаються поверхні, які перебувають у відносному русі, взаємно і безперервно торкаються в кожній точці контакту, мають спільну дотичну площу, володіють хорошими експлуатаційними даними, зокрема, порівняно невеликими контактами напруги, які, по суті, залежать не від характеру зачеплення, а від співвідношення між головними радіусами кривизни спряжених поверхонь у точках контакту.

Сутність моделювання спряжених криволінійних поверхонь із застосуванням комп'ютерних технологій пропонує удосконалення кругове та гвинтове перетворення спряжених криволінійних поверхонь, для моделювання виробів в машинобудуванні. При удосконаленні кругового методу отримано масиви даних параметрів спряжених криволінійних поверхонь. Гвинтовий метод отримано на підставі даних кругового методу. Обидва методи засновані на встановлених закономірностях у розташуванні точок. На окремих етапах запропоновано використовувати моделі для побудови спряжених криволінійних поверхонь кінематичних пар.

Практично всі проектні рішення виконуються за допомогою програмного забезпечення, що дозволяє істотно скоротити час для проектування виробів, але не завжди за допомогою стандартних засобів комп'ютерного моделювання можна вирішити поставлене завдання. У зв'язку із цим виникає необхідність у створенні спеціальних підпрограм по удосконаленню кругового та гвинтового методів проектування спряжених криволінійних поверхонь в машинобудуванні.

Розглянемо принцип по удосконаленню методів кругового та гвинтового перетворення спряжених криволінійних поверхонь. Масиви даних методу кругового перетворення криволінійної поверхні (1) і криволінійної осі (2).

$$\begin{cases} x = a \cdot u \cdot \cos v \\ y = b \cdot u \cdot \sin v, \\ z = 0.5 \cdot u^2 \end{cases} \quad (1)$$

где $0 \leq u \leq 5, 0 \leq v \leq \pi, a = 3, b = 2$

$$\begin{cases} x = x_0 + t \cdot \sin t \\ y = y_0 + t \cdot \cos t, \\ z = z_0 + c \cdot t \end{cases} \quad (2)$$

где $c = \frac{H}{2 \cdot \pi}, 0 \leq t \leq 2\pi, H = 5, x_0 = 5, y_0 = -25, z_0 = -2$

Параметричне рівняння криволінійної поверхні в загальному вигляді записується:

$$\begin{cases} x = f_x(u, v) \\ y = f_y(u, v), \text{ где } u_{min} \leq u \leq u_{max}, v_{min} \leq v \leq v_{max}, \\ z = f_z(u, v) \end{cases}$$

у результаті чого значення координат x, y і z являють собою двовимірні масиви. При цьому кількість рядків двовимірних масивів збігається з розмірністю масиву u , а кількість стовпців - з розмірністю масиву v .

Під час формування криволінійної поверхні (1) отримано такі масиви:

$u_p = (0:0.05:5)$ розмірністю $\langle 101 \times 1 \text{ double} \rangle$ (рис.1);
 $v_p = [0:0.05 \cdot \pi : \pi]$ розмірністю $\langle 1 \times 21 \text{ double} \rangle$ (рис.2);
 $X_p = a_p \cdot u_p \cdot \cos(v_p)$ розмірністю $\langle 101 \times 21 \text{ double} \rangle$ (рис.3);
 $Y_p = b_p \cdot u_p \cdot \sin(v_p)$ розмірністю $\langle 101 \times 21 \text{ double} \rangle$ (рис.4);
 $Z_p = 0.5 \cdot u_p.^2 \cdot \text{ones}(\text{size}(v_p))$ розмірністю $\langle 101 \times 21 \text{ double} \rangle$ (рис.5).

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0													
2	0.0500													
3	0.1000													
4	0.1500													
5	0.2000													
6	0.2500													
7	0.3000													
8	0.3500													
9	0.4000													
10	0.4500													
11	0.5000													

Рис.1. Значення ur

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0.1571	0.3142	0.4712	0.6283	0.7854	0.9425	1.0996	1.2566	1.4137	1.5708	1.7279	1.8850	2.0421
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														

Рис.2. Значення vp

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.1500	0.1482	0.1427	0.1337	0.1214	0.1061	0.0882	0.0681	0.0464	0.0235	9.1849e-18	-0.0235	-0.0464	-0.0681
3	0.3000	0.2963	0.2853	0.2673	0.2427	0.2121	0.1763	0.1362	0.0927	0.0469	1.8370e-17	-0.0469	-0.0927	-0.1362
4	0.4500	0.4445	0.4280	0.4010	0.3641	0.3182	0.2645	0.2043	0.1391	0.0704	2.7555e-17	-0.0704	-0.1391	-0.2043
5	0.6000	0.5926	0.5706	0.5346	0.4854	0.4243	0.3527	0.2724	0.1854	0.0939	3.6739e-17	-0.0939	-0.1854	-0.2724
6	0.7500	0.7408	0.7133	0.6683	0.6068	0.5303	0.4408	0.3405	0.2318	0.1173	4.5924e-17	-0.1173	-0.2318	-0.3405
7	0.9000	0.8889	0.8560	0.8019	0.7281	0.6364	0.5290	0.4086	0.2781	0.1408	5.5109e-17	-0.1408	-0.2781	-0.4086
8	1.0500	1.0371	0.9986	0.9356	0.8495	0.7425	0.6172	0.4767	0.3245	0.1643	6.4294e-17	-0.1643	-0.3245	-0.4767
9	1.2000	1.1852	1.1413	1.0692	0.9708	0.8485	0.7053	0.5448	0.3708	0.1877	7.3479e-17	-0.1877	-0.3708	-0.5448
10	1.3500	1.3334	1.2839	1.2029	1.0922	0.9546	0.7935	0.6129	0.4172	0.2112	8.2664e-17	-0.2112	-0.4172	-0.6129
11	1.5000	1.4815	1.4266	1.3365	1.2135	1.0607	0.8817	0.6810	0.4635	0.2347	9.1849e-17	-0.2347	-0.4635	-0.6810

Рис.3. Значення Xp

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0.0156	0.0309	0.0454	0.0588	0.0707	0.0809	0.0891	0.0951	0.0988	0.1000	0.0988	0.0951	0.0891
3	0	0.0313	0.0618	0.0908	0.1176	0.1414	0.1618	0.1782	0.1902	0.1975	0.2000	0.1975	0.1902	0.1618
4	0	0.0469	0.0927	0.1362	0.1763	0.2121	0.2427	0.2673	0.2853	0.2963	0.3000	0.2963	0.2853	0.2427
5	0	0.0626	0.1236	0.1816	0.2351	0.2828	0.3236	0.3564	0.3804	0.3951	0.4000	0.3951	0.3804	0.3236
6	0	0.0782	0.1545	0.2270	0.2939	0.3536	0.4045	0.4455	0.4755	0.4938	0.5000	0.4938	0.4755	0.4045
7	0	0.0939	0.1854	0.2724	0.3527	0.4243	0.4854	0.5346	0.5706	0.5926	0.6000	0.5926	0.5706	0.4854
8	0	0.1095	0.2163	0.3178	0.4114	0.4950	0.5663	0.6237	0.6657	0.6914	0.7000	0.6914	0.6657	0.5663
9	0	0.1251	0.2472	0.3632	0.4702	0.5657	0.6472	0.7128	0.7608	0.7902	0.8000	0.7902	0.7608	0.6472
10	0	0.1408	0.2781	0.4086	0.5290	0.6364	0.7281	0.8019	0.8560	0.8889	0.9000	0.8889	0.8560	0.7281
11	0	0.1564	0.3090	0.4540	0.5878	0.7071	0.8090	0.8910	0.9511	0.9877	1	0.9877	0.9511	0.8090

Рис.4. Значення Yp

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013	0.0013
3	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050	0.0050
4	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113	0.0113
5	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200	0.0200
6	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313	0.0313
7	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450	0.0450
8	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613	0.0613
9	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800	0.0800
10	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013	0.1013
11	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250	0.1250

Рис.5. Значення Z_p

Таким чином, замість масиву рівнів ur слід використовувати значення рядків масиву Z_p .

$$Z(u, v) = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{m1} & Z_{m2} & \dots & Z_{mn} \end{pmatrix}, \text{ где } \begin{matrix} Z_{11} = Z_{12} = \dots = Z_{1n} \\ Z_{21} = Z_{22} = \dots = Z_{2n} \\ \dots \\ Z_{m1} = Z_{m2} = \dots = Z_{mn} \end{matrix}$$

```
leni = length(up);
for j = 1:1
for i = 1:leni
ur(i) = Zp(i,j)
end
end
```

У результаті отримано масив ur (рис. 6), що містить значення масиву Z_p .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0.0013	0.0050	0.0113	0.0200	0.0313	0.0450	0.0613	0.0800	0.1013	0.1250	0.1513	0.1800	0.2013
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														

Рис.6. Значення ur

Таким чином, використання масиву ur , що містить значення масиву Z_p , дасть змогу здійснити поворот точок із координатами (X_p , Y_p , Z_p) навколо відповідної точки перетину криволінійної осі з горизонтальною площиною, що проходить через відповідні координати $(0, 0, Z_p)$ (рис. 7).

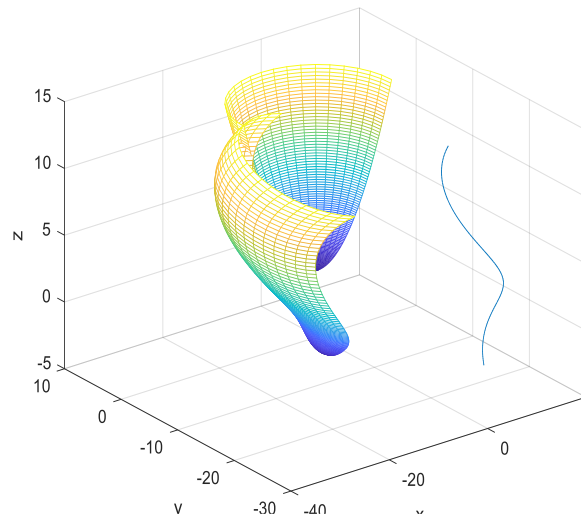


Рис. 7 - Кругове перетворення

Обчислення точок перетину криволінійної осі з горизонтальними площинами.

$$\begin{aligned} [t0] &= ([ur] - z0v) / cv; \\ xpp &= x0v + \sin(t0) * t0; \\ ypp &= y0v + \cos(t0) * t0; \end{aligned}$$

Поворот точок криволінійної поверхні здійснюється за формулою (3), виведення та математичне обґрунтування якої подано

$$\begin{cases} x' = (au \cos v - x_0) \cos \theta - (bu \sin v - y_0) \sin \theta + x_0 \\ y' = (au \cos v - x_0) \sin \theta + (bu \sin v - y_0) \cos \theta + y_0 \\ z' = 0.5u^2 \end{cases} \quad (3)$$

Виходячи з того, що криволінійна поверхня може бути задана будь-яким іншим параметричним рівнянням, модифікуємо метод кругового перетворення. Метод гвинтового перетворення, заснований на вище вдосконаленому методі кругового перетворення, де здійснено поворот криволінійної поверхні на кут 45° і зсув на 5 мм (рис. 8).

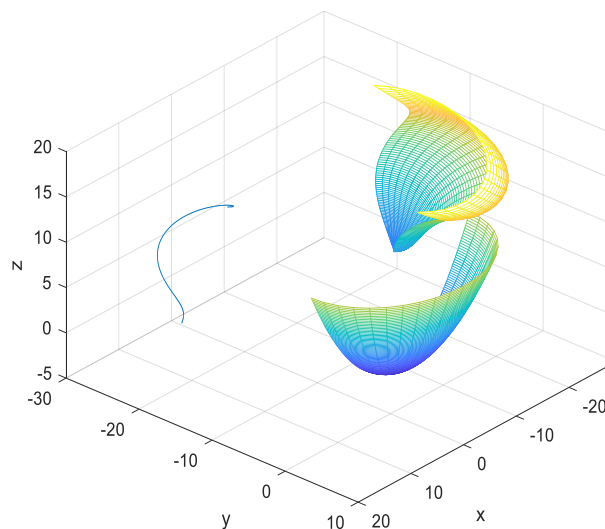


Рис. 8 - Гвинтове перетворення

Удосконалення методів кругового та гвинтового перетворення дають змогу одержати координати криволінійної осі поверхні, що розширює можливості опрацювання результатів перетворення, відійти від використання ліній рівня криволінійної поверхні та працювати зі значеннями її координат. Таким чином, удосконалені методи дають змогу отримати координати криволінійної поверхні навколо криволінійної осі, що розширює можливості опрацювання результатів перетворення, і дасть змогу визначити лінію перетину вихідної та криволінійної поверхонь.

Висновки. Зроблений підхід програмної реалізації з удосконалення методів кругового та гвинтового перетворення за допомогою комп'ютерного моделювання дозволяє вирішити складні завдання у конструюванні спряжених криволінійних поверхонь, які можливо використовувати в інженерній праці і створювати конкурентно-здатні вироби в машинобудуванні. Програмна реалізація в рамках єдиної концепції розвитку конструкторської та технологічної підготовки виробництва поставлених перед проектувальником, а саме може описувати криволінійні профілі проєктованих елементів в механізмах.

Список бібліографічного опису

1. Подкоритов А.М., Ісмаїлова Н.П. Загальний ітераційний метод виключення інтерференції спряжених квазігвинтових поверхонь // Сучасні проблеми моделювання / Мелітопольський державний педагогічний університет ім. Б.Хмельницького – Мелітополь: 2018. Вип. 5. – С. 98-103.
2. Ісмаїлова Н.П., Могилянecь Т.М., Радневич Т.М.. Алгоритмічна реалізація методів формування криволінійних поверхонь для програмних засобів проектування озброєння та військової техніки // Збірник наукових праць Військової академії. Одеса, 2021. Вип. 2 (16). С. 5–13.
3. Ісмаїлова Н.П., Могилянecь Т.М., Олійник Н.В. Визначення особливих точок криволінійної поверхні контакту в кінематичних парах // Прикладна геометрія та інженерна графіка: міжв. наук. технічний збірник. КНУБА, Вип. 105. Київ: 2024. С. 116-122.

References

1. Podkorytov A.M., Ismailova N.P. General iterative method for excluding interference of conjugate quasi-helical surfaces // Modern Problems of Modeling / Melitopol State Pedagogical University named after B. Khmelnytsky - Melitopol: 2018. Issue 5. - P. 98-103.
2. Ismailova N.P., Mohylianets T.M., Radnevich T.M. Algorithmic implementation of methods for the formation of curved surfaces for software tools for the design of weapons and military equipment // Collection of scientific papers of the Military Academy. Odesa, 2021. Issue 2 (16). С. 5-13.
3. Ismailova N.P., Mohylianets T.M., Oliynyk N.V. Determination of special points of a curved contact surface in kinematic pairs // Applied Geometry and Engineering Graphics: Interdisciplinary Scientific and Technical Collection. KNUBA, Issue 105. Kyiv: 2024. С. 116-122.