

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2023-53-19>

УДК: 004.422.833

**Костенко Олексій Віталійович**, аспірант

<https://orcid.org/0009-0000-2947-6676>

**Кузенков Олександр Олександрович**, к.фіз.-м.н., доцент

<https://orcid.org/0000-0002-6378-7993>

Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро, Україна

## ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗМІЩЕННЯ ОБЛАДНАННЯ МЕТОДОМ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ

**Костенко О.В., Кузенков О.О. Вирішення задачі оптимального розміщення обладнання методом генетичних алгоритмів.** Задачі логістики є невідомою частиною діяльності багатьох підприємств та організацій у всьому світі. Вирішення цих завдань вимагає ефективного управління ресурсами, оптимального розміщення та транспортування. Для математичного моделювання логістичних задач використовується математичне програмування. Використано оптимізаційну задачу цілочисельного (дискретного) програмування - задачу про розміщення обладнання. Точний розв'язок задачі розміщення обладнання NP-складний. Розглядаються наближені розв'язки за допомогою евристичних алгоритмів.

Евристичні техніки оптимізації, використовуються у вирішенні складних комбінаторних задач. Генетичний алгоритм є підходом, який відображає природний еволюційний процес, що відбувається в світі живих організмів. Зокрема схрещування, мутації та селекції (природного відбору) при розвитку популяцій живих істот. У популяції кожен індивід кодує рішення задачі що обчислюється у свій геном. Наступні покоління створюються через оператори рекомбінації властивостей батьків та випадкових варіацій властивостей через мутації. Для вибору кращого рішення використовується функція пристосованості. Більш пристосовані індивіди мають більший шанс на продовження роду. Генетичні алгоритми завдяки паралелізованій конструкції та функції придатності є цінними інструментами для пошуку розв'язку складних задач. Основним завданням при використанні генетичних алгоритмів є пошук початкових значень параметрів алгоритму, а також доцільності зміни параметрів після розрахунку декількох поколінь.

Для задачі про оптимальне розміщення обладнання розглянуто наближений розв'язок за допомогою генетичних алгоритмів. Запропонований набір початкових параметрів генетичного алгоритму. Отриманні результати можуть використовуватися для дослідження та вирішення логістичних проблем.

**Ключові слова:** оптимальне розміщення обладнання, генетичний алгоритм, логістичні задачі, ГА.

**Kostenko O., Kuzenkov O. Solving the facility location problem by genetic algorithms.** Efficient facility location is a critical component of logistics and supply chain management, impacting the cost-effectiveness and responsiveness of distribution networks. The Facility Location Problem (FLP) is a well-established optimization challenge that involves determining the optimal placement of facilities to serve a set of demand points. This article presents a novel approach to address logistic problems formulated as FLPs using Genetic Algorithms (GAs).

Genetic Algorithms are evolutionary optimization techniques that have shown remarkable success in solving complex, combinatorial problems. In this study, we adapt and apply a genetic algorithm to find solutions for real-world logistic problems, focusing on facility location decisions. The proposed approach harnesses the power of genetic algorithms to optimize facility placement, considering factors such as transportation costs, demand patterns, and facility capacity constraints.

The article outlines the formulation of logistic problems as FLPs and explains the adaptation of genetic algorithms to solve them. It discusses the design of the genetic algorithm, including the representation of solutions, genetic operators, and the fitness function, which accounts for various logistics objectives. Through a series of experiments and case studies, the article demonstrates the effectiveness of the genetic algorithm-based approach in optimizing facility location decisions, ultimately leading to reduced operational costs and improved service quality.

The results highlight the capability of genetic algorithms to find near-optimal solutions in a reasonable amount of time for large-scale logistic problems. Additionally, this study offers insights into the trade-offs between various logistic objectives and provides decision-makers with valuable tools to make informed facility location decisions.

Efficient facility location is a critical component of logistics and supply chain management, impacting

**Keywords:** FLP, Facility Location Problem, Genetic algorithm, GA, integer programming.

**Вступ.** Ефективне розташування об'єктів є критично важливою складовою логістики та управління ланцюгом постачання, яка впливає на вартість та швидкість надання послуг [1, с. 19]. Задача розташування обладнання (Facility Location Problem, FLP) є добре вивченою оптимізаційною задачею, яка передбачає визначення оптимального розміщення об'єктів для зменшення суми відстаней до клієнтів у міні-сумній постанові задачі, або зменшення максимальної відстані до клієнта у міні-максній постановці задачі. У цій статті розглянуто підхід вирішення логістичних проблем, сформульованих як FLP, методом розв'язку FLP обрано генетичний алгоритм (ГА).

**Постановка задачі.** Розробити програму яка за заданими координатами вузлів мережі, та кількості об'єктів надання послуг буде проводити пошук оптимального розміщення цих об'єктів. Вхідні дані надаються у вигляді текстового файлу з координатами споживачів послуг і кількість

об'єктів обслуговування. реалізувати можливість передачі параметрів розв'язуючого алгоритму. Потрібно знайти оптимальне розміщення об'єктів надання послуг таке, щоб сума відстаней від споживачів до найближчого об'єкту обслуговування була мінімальна.. Як математичну модель використати задачу розташування об'єктів (FLP). Як метод розв'язку застосувати генетичний алгоритм.

**Проста задача розміщення об'єктів на мережі** - це математична формалізація, яка використовується при прийнятті рішень щодо вибору місць розміщення підприємств, що виробляють однорідну продукцію для задоволення встановленого попиту. Нехай існує  $m$  можливих та  $n$  місць споживання (точок попиту),  $m \leq n$ , розташованих у вузлах мережі  $G(V, U)$ , де  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$  - множина вершин,  $U = \{u_1, \dots, u_p\}$  - множина ребер мережі. Задані величини  $b_j$ ,  $j = 1, \dots, n$ ;  $q_i^0$ ,  $i = 1, \dots, m$ ;  $(c_{i,j})$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, n$ , де

- $b_j$  = попит у точці споживання  $j$ ;
- $q_i^0$  - витрати на запуск підприємства в дію  $i$ ;
- $c_i$  - вартість виробництва одиниці продукції в місці розміщення  $i$ ;
- $c_{i,j}$  - витрати на доставку одиниці продукції з місця виробництва  $i$  в точку споживання  $j$

Вважається, що кожен споживач обслуговується одним підприємством. Цільова функція задачі - загальні витрати на розміщення підприємств та обслуговування попиту - повинна бути мінімізована. Проста задача розміщення на мережі записується в виді

$$\sum_{i \in \mathbb{R}} q_i^0 + \sum_{j=1}^n \min_{i \in \mathbb{R}} q_{i,j} \rightarrow \min_{\mathbb{R} \subseteq \{1, \dots, m\}}$$

де  $q_{i,j} = b_j(c_i + c_{i,j})$ ,  $i = 1, \dots, m$ ,  $j = 1, \dots, n$ .

Задачу розміщення на мережі відносять до числа NP-складна (складність задач дискретної оптимізації). Для деяких класів простих задач розміщення на мережі побудовані ефективні точні алгоритми. Найбільш відомими є задачі із зв'язаними та квазіопуклими матрицями  $(Q_{i,j})$ . Матриця

$(Q_{i,j})$  квазіопукла, якщо для будь-яких  $j = 1, \dots, n$  і  $1 \leq i_1 < i_2 < i_3 \leq m$ ,  $q_{i_2,j} \leq \max\{q_{i_1,j}; q_{i_3,j}\}$ .

Матриця  $(Q_{i,j})$  зв'язана, якщо для будь-яких  $1 \leq i, k \leq m$  різниця  $(q_{i,j} - q_{k,j})$  змінює знак не більше одного разу при монотонній зміні  $j = 1, \dots, n$ . В загальному випадку для вирішення простої задачі розміщення на мережі добре зарекомендували себе методи гілок та меж.

Для нелінійної простої задачі розміщення виробнича функція  $q_i(V_i)$  - витрати на розміщення потужності  $i$  залежить від сумарного розміру попиту  $V_i$ , задоволеного із цього підприємства. У випадку кусочно-лінійної, зростаючої, увігнутої, виробничої функції нелінійна задача розміщення зводиться до простої задачі розміщення на мережі.

**Генетичні алгоритми** - це методи оптимізації, які натхнені природним відбором та генетикою. Вони використовують поняття популяції, хромосом та генів для ефективного пошуку оптимального рішення [7, 8].

Кроки вирішення задачі за допомогою генетичного алгоритму [9, 10]:

*Початкова популяція:* Спочатку створюємо початкову популяцію, де кожен індивід представляє потенційне рішення для розміщення об'єктів. Координати кожної потужності було вибрано випадково.

*Функція придатності:* Функція придатності оцінює якість кожного рішення у популяції. У випадку FLP, метрикою може бути загальна вартість обслуговування клієнтів. В нашому випадку у якості функції придатності беремо суму відстаней від кожного клієнта до найближчого об'єкта обслуговування

**Відбір:** Найкращі індивіди вибираються для наступного покоління з урахуванням їхньої фітнес-оцінки. Це включає в себе елітних індивідів, які будуть без змін внесені до наступного покоління. Кількість елітних індивідів будемо задавати як параметр програми.

**Схрещування:** Два індивіди з парильної популяції схрещуються, створюючи нових індивідів, які поєднують гени батьків. Це допомагає розширювати різноманітність рішень.

**Мутація:** З обраною імовірністю відбувається мутація, де деякі гени індивіда змінюються випадковим чином. Це допомагає виходити за межі обмежень популяції та може призвести до виявлення нових оптимальних рішень. Відсоток мутації задаватимемо як параметр програми, проаналізуємо роботу програми з різним відсотком мутацій.

**Повторення:** Кроки відбору, схрещування та мутації повторюються протягом кількох поколінь. Це дозволяє алгоритму шукати оптимальне рішення в просторі рішень.

**Завершення:** В цій задачі ми не будемо вибирати критерію зупинки у вигляді оцінки точності знайденого наближення, алгоритм завершується після заданої кількості поколінь. Краще рішення у популяції вважається остаточним рішенням задачі розміщення об'єктів.

**Чисельні результати та їх обговорення.** Згенеруємо для тестів кілька наборів точок. Координати кожного набору зображено на рисунках 1 та 2:

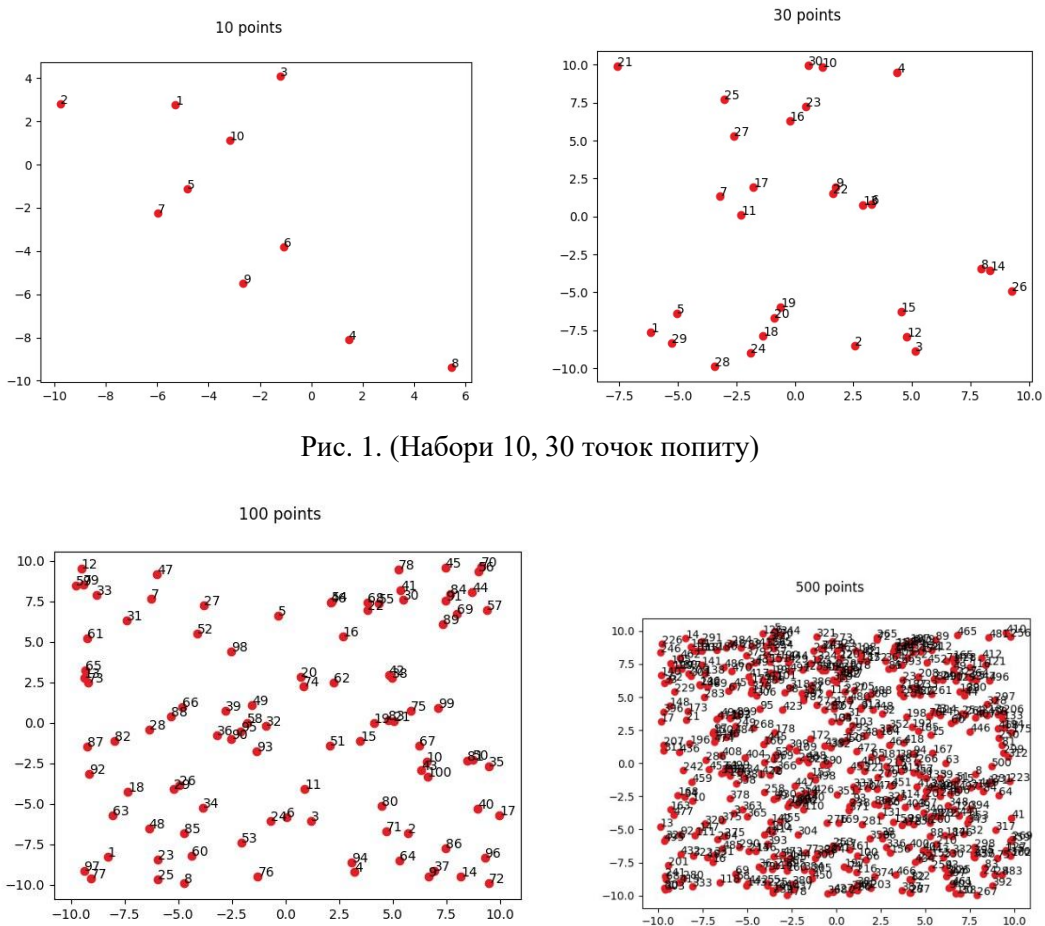


Рис. 1. (Набори 10, 30 точок попиту)

Рис. 2. (Набори 100, 500 точок попиту)

Виберемо досить довільно наступні константи: три об'єкта обслуговування, 30 осіб у кожній популяції, дві найкращі особи переносяться(еліти), рівень мутацій 10 відсотків і 200 поколінь як умова завершення. Спочатку зробимо кілька випробувань без параметру «мудрість гурту».

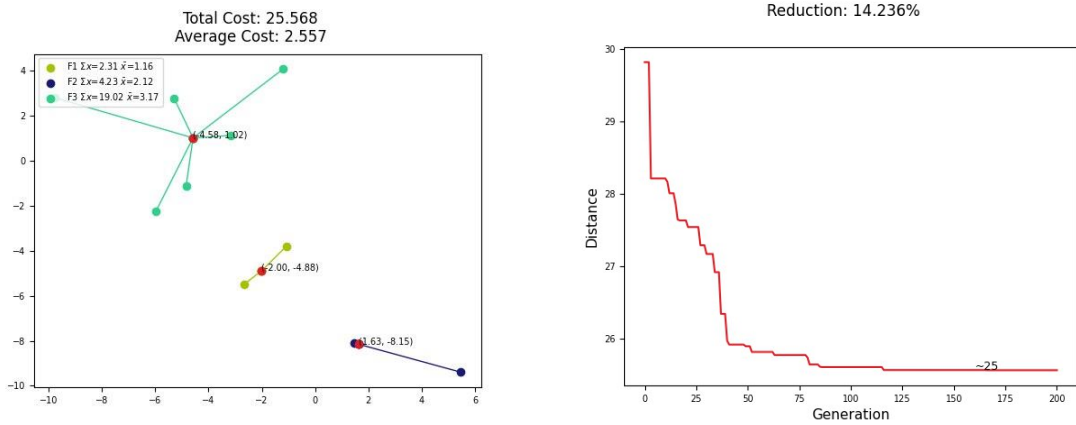


Рис. 3. (Розрахунок розміщення для 10 точок попиту)

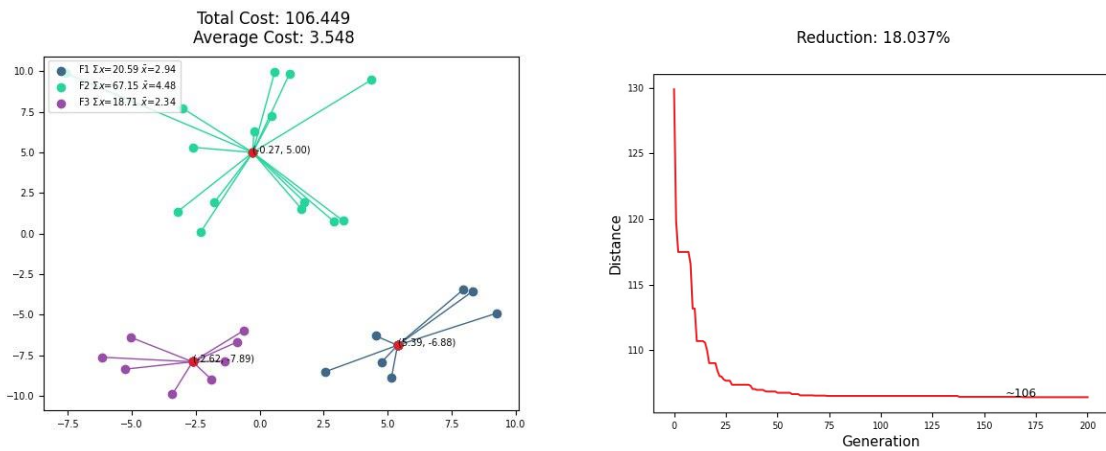


Рис. 4. (Розрахунок розміщення для 30 точок попиту)

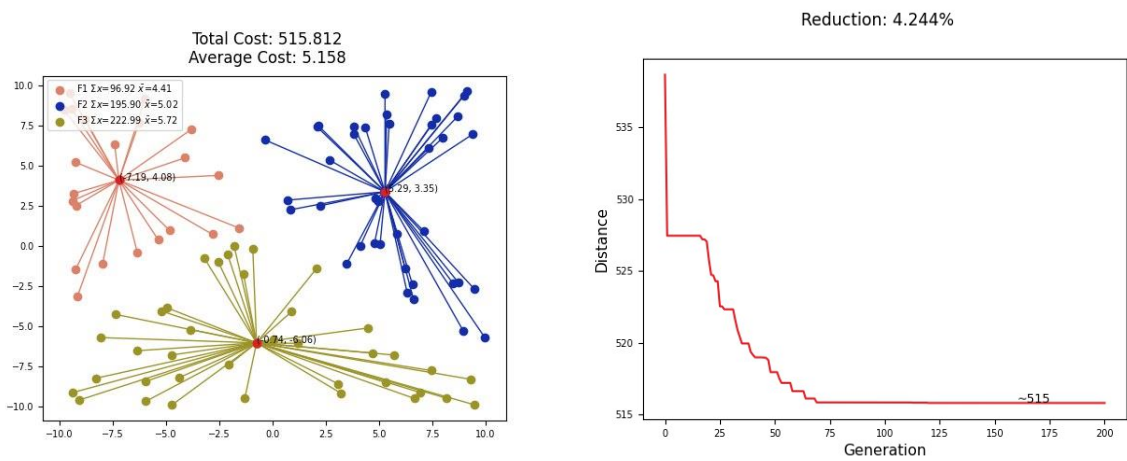


Рис. 5. (Розрахунок розміщення для 100 точок попиту)

Як бачимо для невеликої кількості точок попиту та точок обслуговування, алгоритм збігається до деякого мінімуму досить швидко.

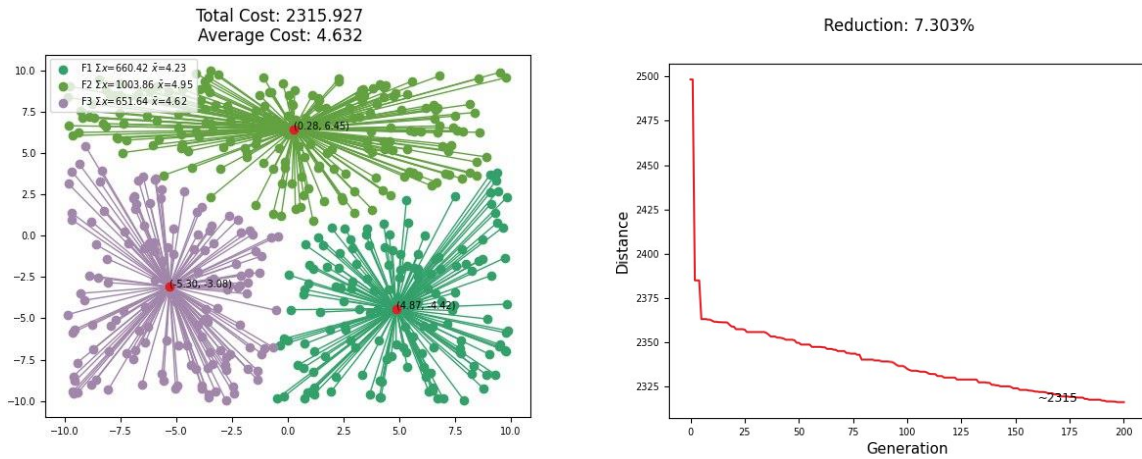


Рис. 6. (Розрахунок розміщення для 500 точок попиту)

Для 500 споживачів, двісті поколінь роботи генетичного алгоритму на заданих параметрах виявилось недостатньо.

Виконаємо ще кілька досліджень, збільшимо кількість поколінь, кількість точок обслуговування, та перевіримо дію параметру «мудрість гурту».

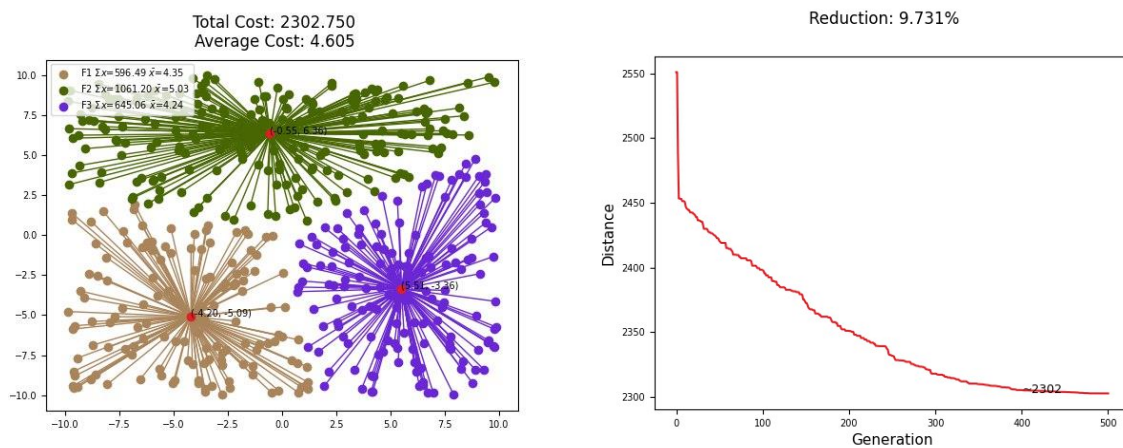


Рис. 7. (Розрахунок розміщення для 500 точок попиту, 500 поколінь)

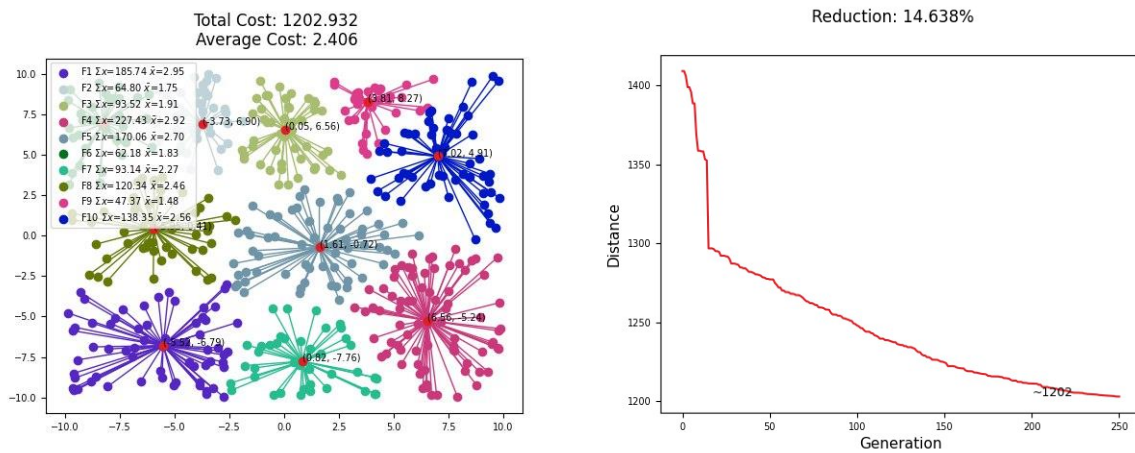


Рис. 8. (Розрахунок розміщення для 500 точок попиту, 10 точок обслуговування)

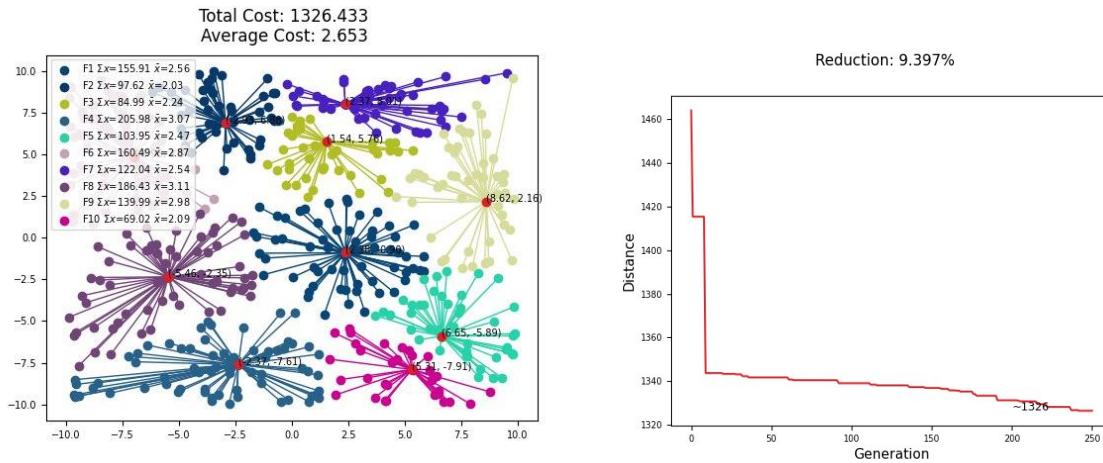


Рис. 9. (Розрахунок розміщення для 500 точок попиту, «мудрість гурту»)

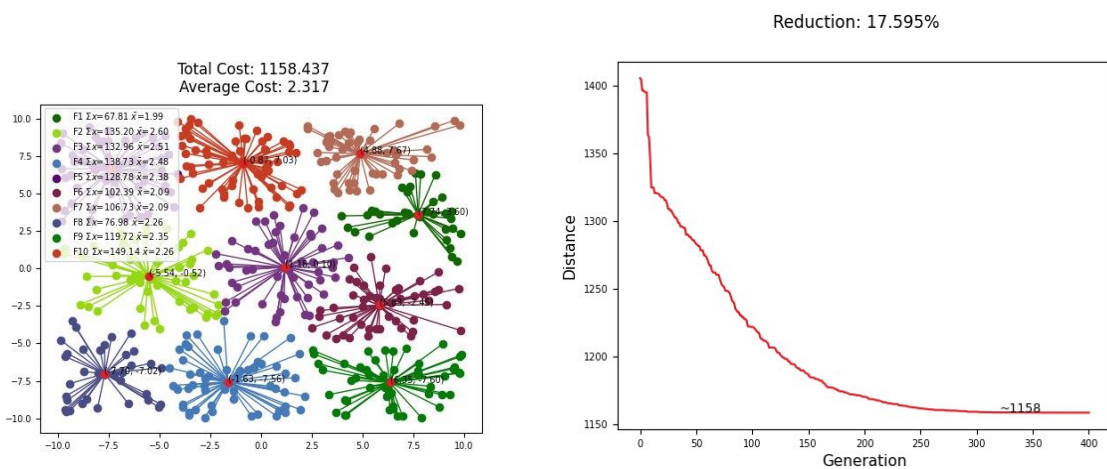


Рис. 10. (Розрахунок розміщення для 500 точок попиту 50 популяція, 40 відсотків мутації)

Як видно з графіків, якщо вмикати параметр «мудрість гурту», то алгоритм збігається набагато швидше, однак кінцевий результат гірший, тому, що потрапляє в локальний мінімум. Збільшення ж осіб в популяції та відсоток мутацій, отримуємо кращий кінцевий результат. Але збільшення кількості осіб, збільшує кількість розрахунків. Також було проведено розрахунки та отримані результати для більшої кількості точок попиту.

**Висновки.** Написано програму, яка дозволяє проводити числові експерименти. Після проведення практичного дослідження за допомогою розробленої програми було встановлено, що математична модель оптимального розміщення обладнання (FLP) досить зручна для пошуку оптимального розміщення пунктів обслуговування. Точний розв'язок задачі досить легко знайти лише при невеликій кількості точок попиту. Генетичні алгоритми можемо використовувати як метод для вирішення цієї моделі, коли потрібно отримати наближений результат за обмежений час.

#### Список бібліографічного опису

1. Логістика: Теорія та практика: Навч. посіб. / Кислий В.М., Біловодська О.А., Олефіренко О.М., Соляник О.М.: Центр учбової літератури, 2010. 360 с.
2. Posawang, Pitiphoom & Phosaard, Satidchoke & Pattara-atikom, Wasan. (2010). Perception-Based Road Traffic Congestion Classification Using Neural Networks and Decision Tree. 10.1007/978-90-481-8776-8\_21.
3. Hakimi, S. L. (1964). "Optimum Locations of Switching Centers and the Absolute Centers and Medians of a Graph". Operations Research. 12 (3): 450–459.
4. Kariv, O.; Hakimi, S. L. (December 1979). "An Algorithmic Approach to Network Location Problems. I: The p-Centers". SIAM Journal on Applied Mathematics. 37 (3): 513–538.
5. Gonzalez, Teofilo F. (1985). "Clustering to minimize the maximum intercluster distance". Theoretical Computer Science. 38: 293–306.
6. Dyer, M.E; Frieze, A.M (February 1985). "A simple heuristic for the p-centre problem". Operations Research Letters. 3 (6): 285–288.

7. Crosby, Jack L. *Computer Simulation in Genetics* (en). — London: John Wiley & Sons, 1973.
8. Fraser, Alex[en]; Donald Burnell. *Computer Models in Genetics*. — New York: McGraw-Hill Education, 1970.
9. Субботін С. О., Олійник А. О., Олійник О. О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія / Під заг. ред. С. О. Субботіна. — Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. — 375 с.
10. De Jong, K.A. Introduction to the second special issue on genetic algorithms. — *Machine Learning* — p. 351-353.