DOI: https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2022-47-07
УДК 004.9:51-74
Падалко Анатолій Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент
https://orcid.org/0000-0001-8030-5493
Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна
Падалко Ніна Йосипівна, кандидат педагогічних наук, доцент
https://orcid.org/0000-0003-3600-5711
Падалко Катерина Анатоліївна, студентка
Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна
Собчук Дмитро Сергійович, кандидат техн. наук, доцент
https://orcid.org/0000-0002-9787-5844
Луцький національний технічний університет, , м. Луцьк, Україна

SIMULINK МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ЕЛЕКТРОДВИГУНА З КОРОТКОЗАМКНУТОЮ ОБМОТКОЮ

Падалко А. М., Падалко Н. Й., Падалко К.А. Собчук Д.С. Simulink модель асинхронного електродвигуна з короткозамкнутою обмоткою. Розроблена математична модель асинхронного двигуна з короткозамкненутим ротором в ортогональній системі координат, орієнтованій за потокозчепленням ротора. Запропонована модель характеризується функціональністю та можливістю використання отриманих результатів і самої моделі при проектуванні сучасного електрообладнання
Ключові слова: моделі, змінний струм, Simulink, асинхронний електродвигун з короткозамкнутою обмоткою, розрахунки.

Padalko A.M., Padalko N.J., Padalko K.A. Sobchuk D.S. Simulink model of a squirrel-cage induction motor. A mathematical model of an asynchronous motor with a squirrel-cage rotor in an orthogonal coordinate system oriented to the rotor flux linkage has been developed. The proposed model is characterized by functionality and the possibility of using the results obtained and the model itself in the design of modern electrical equipment.
Keywords: models, alternating current, Simulink, squirrel-cage induction motor, calculations.

Постановка наукової проблеми. Оскільки асинхронні електродвигуни з короткозамкнутою обмоткою відіграють все більш зростаючу роль в енергетичному балансі, а динаміка співвідношення вартості електроприводів і тарифів на електроенергію розширює економічну границю їх використання. Навіть незначне покращення техніко-економічних показників і властивостей цих двигунів в масштабах держави дає значну економію електроенергії та забезпечує солідний економічний ефект.

Зазначені вище чинники обумовлюють **актуальність** пошуку шляхів енергозбереження під час використання асинхронних електродвигунів з короткозамкнутою обмоткою.

Поряд з багатьма іншими шляхами енергозбереження, одним з найбільш діючих є моделювання роботи асинхронного двигуна, що дозволить оптимізувати його роботу.

Мета роботи: розробити Simulink модель асинхронного електродвигуна з короткозамкнутою обмоткою

Аналіз внутрішніх електромагнітних процесів в асинхронному двигуні почнемо з розгляду кола обмотки статора.

Обмотка статора асинхронного двигуна пов'язана з двома магнітними потоками: потоком магнітного поля, що обертається, або робочим потоком Ф, і потоком розсіяння обмотки статора Φ_s Кожному з цих магнітних потоків відповідає е.р.с. індукції. Електрорушійна сила, яку спричиняє обертове магнітне поле, індукується в обмотці статора внаслідок того, що обертове магнітне поле перетинає при своєму обертанні витки обмотки статора. Позначимо цю е.р.с. через E Друга е.р.с. пов'язана із змінним потоком розсіяння; цій е.р.с. самоіндукції дамо позначення E_s [9]

Запишемо формули за допомогою яких визначається кожна з цих е.р.с.

При виведенні формули для е.р.с. E_1 скористаємося законом електромагнітної індукції (для одного витка)

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1}$$

Визначимо тепер середнє значення е.р.с. в одному витку за половину періоду або за півоберта обертового поля:

$$E_c = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} edt \tag{2}$$

Замінюючи у формулі для E_c вираз *(edt)* через (*-dФ*) і змінюючи межі інтегрування, матимемо:

$$E_c = \frac{1}{T/2}\int_0^{T/2} edt = \frac{2}{T}\int_{\Phi_m}^{-\Phi m}\left(-d\Phi\right) = \frac{2}{T}\int_{-\Phi_m}^{\Phi m} d\Phi = \frac{4\Phi_m}{T} \tag{3}$$

Для обмотки статора *1/T* дорівнює частоті f_1, і тоді формула для середнього значення е.р.с. в одному витку матиме вигляд:

$$E_c = 4 f_1 \cdot \Phi_m \tag{4}$$

Складемо електричну схему заміщення кола статора асинхронного двигуна для однієї фази. Схема заміщення кожної фази обмотки статора повинна включати активний опір *r,* індуктивний опір x_{s1}, що вказує на наявність в колі е.р.с. самоіндукції E_{s1} (цей опір надалі ми позначатимемо просто x_1), і, нарешті, елемент, що вказує на наявність в обмотці статора э. д. з. *E* Всі ці послідовно з'єднані елементи, відображаючи схему заміщення однієї фази обмотки статора, підключаються до фазної напруги $U_Ф$ трифазноого струму, яким живиться асинхронний двигун.

Розглянемо спочатку коло статора в такому режимі, в якому він не пов'язаний з електромагнітним впливом кола ротора. Такий режим, очевидно, матиме місце під час включення статора за відсутності струму в роторі.

Схема заміщення кола для кожної фази ротора повинна складатися з наступних елементів: елемента, в якому наводиться е.р.с. E_2, активного опору кола ротора r_2 і індуктивного опору розсіяння x_2, *що* вказує на наявність в цьому колі е.р.с. самоіндукції E_{s2}. Така схема з вказаних елементів замикається накоротко у випадку двигуна з короткозамкнутим ротором і замикається на зовнішній опір $R_2 = R_{реост.}$.

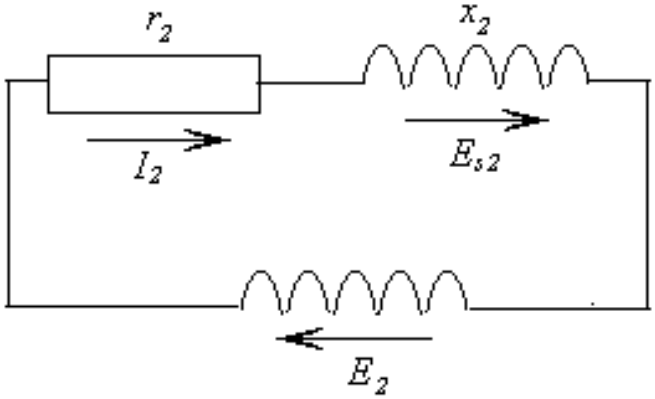


Рисунок 1 – Схема у випадку двигуна з короткозамкнутим ротором

Для аналізу зрручно використовути математичне моделювання [1].

На основі теорії автоматичного керування, асинхронні двигуни є нелінійним об'єктом з складною структурою. На розробку математичної моделі асинхронні двигунів впливають наступні фактори: живлення двигуна; конструкційні особливості (біляча клітка, фазний ротор);система координат у якій описується двигун;кількість сигналів на вході та виході[4].

Моделі асинхронних двигунів розділяють на:

−струмові (вхідний сигнал є струм статора);

−напругові (вхідний сигнал є напруга статора).

Асинхронний двигун згідно теорії автоматичного керування є нелінійним багатомірним об'єктом із досить складною структурою [4]. При розробці математичних моделей асинхронних двигунів виділяють наступні особливості, які потрібно враховувати [4]: спосіб живлення двигуна; особливості конструкції двигуна (фазний ротор, біляча клітка, подвійна біляча клітка);система координат (СК), у якій виконано його математичний опис; кількість вхідних і вихідних сигналів моделі; система прийнятих відносних величин (у разі їхнього використання).

Моделі асинхронних двигунів можна поділити на [1-3]:

−струмові (вхідний сигнал є струм статора);

−напругові (вхідний сигнал є напруга статора).

Для того щоб модель мала більш доступний вигляд роблять такі допущення:

−вздовж коля повітряного зазору розприділяють намагнічувальні сили обмоток, що усуває вищі гармоніки магнітного потоку;

−відсутні втрати магнітних кіл у статора та ротора;

−симетричні обмотки статора та ротора;

−параметри обмоток статора приведені до ротора;

−явище витиснення з пазів струму відсутнє;

−джерело живлення вважається ідеальним джерелом струму або ЕРС.

Якщо нам потрібно дослідити двигун у тривалому режимі роботи або якщо малий діапазон регулювання швидкості рекомендують використовувати однофазну модель. Якщо потрібно дослідити різні несиметричні режими, краще використовувати трифазну модель у фазних координатах статора та ротора.

Моделі асинхронних двигунів в обертових системах координат, націлених по векторах потокозчеплення, як правило користуються для синтезу і порівняльного аналізу систем векторного керування. Зокрема, орієнтація на потокозчеплення ротора використовується наприклад у полеорієнтованих системах векторного керування (непряме векторне керування), а орієнтація на потокощеплення статора - в системах векторного керування з прямим керуванням моментом (DTC).

Насамперед нам потрібно, щоб напрям дійсної осі сходився з напрямом узагальненого вектору потокозчеплення ротора, тобто вектор потокозчеплення ротора обертається синхронно з системою координат. У системі координат вектор потокозчеплення матисе тільки дійсну складову. Зробимо позначення дійсна вісь *d*, а уявна – *q*. У цих координатах математичний опис асинхронного двигуна матиме вигляд:

$$\omega_k = \omega_{\Psi_r}; \tag{5}$$

$$\Psi_{rq} = 0, \quad \Psi_{rd} = \left|\tilde{\Psi}_r\right| = \Psi_{rm}. \tag{6}$$

Основою для розробки системи векторного керування АД є модель у системі координат *(d-q)*. Додаймо до передумов наступне: $U_{rd} = U_{rq} = 0$.

Для розробки моделі при живленні обмоток статора від джерела напруги потрібно врахувати зворотні зв'язки за складовою струму статора та потокозчеплення ротора.

З урахуванням передумови (3.3) та вище зазначених умов почнемо математичний опис з рівнянь в узагальнених векторах:

$$\begin{cases} \tilde{U}_s = \tilde{I}_s R_s + \dfrac{d\tilde{\Psi}_s}{dt} + j\omega_k \tilde{\Psi}_s, \\ 0 = \tilde{I}_r R_r + \dfrac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j\left(\omega_k - Z_p\omega\right)\tilde{\Psi}_r. \end{cases} \tag{7}$$

Нам потрібно вище сказаний склад сигналів, для цього знайдемо узагальнений вектор струму ротора та зробимо підстановку з урахуванням позначень (5), (6):

$$\tilde{I}_r = \frac{1}{L_r}\tilde{\Psi}_r - \frac{L_m}{L_r}\tilde{I}_s = \frac{1}{L_r}\tilde{\Psi}_r - k_r\tilde{I}_s; \tag{8}$$

$$\tilde{\Psi}_s = L_s\tilde{I}_s + \frac{L_m}{L_r}\tilde{\Psi}_r - \frac{L_m^2}{L_r}\tilde{I}_s = \sigma L_s\tilde{I}_s + k_r\tilde{\Psi}_r. \tag{9}$$

Після підстановки (8), (8) у систему (7) отримаємо:

$$\begin{cases} \tilde{U}_s = \tilde{I}_s R_s + \sigma L_s \dfrac{d\tilde{i}_s}{dt} + k_r \dfrac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j\omega_k \left(\sigma L_s \tilde{I}_s + k_r \tilde{\Psi}_r\right), \\ 0 = \dfrac{1}{T_r}\tilde{\Psi}_r - \dfrac{L_m}{T_r}\tilde{I}_s + \dfrac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} + j\left(\omega_k - Z_p\omega\right)\tilde{\Psi}_r. \end{cases}$$

Для такого, щоб 1-е рівняння останньої системи затримувало похідну лише тільки від 1-го сигналу, виразимо похідну від потокозчеплення ротора з 2 рівняння даної ж системи і підставимо отримане в перше:

$$\frac{d\tilde{\Psi}_r}{dt} = k_r R_r \tilde{I}_s - \frac{1}{T_r}\tilde{\Psi}_r - j\left(\omega_k - Z_p\omega\right)\tilde{\Psi}_r, \tag{10}$$

$$\tilde{U}_s = R_{sr}\tilde{I}_s + \sigma L_s \frac{d\tilde{I}_s}{dt} - \frac{k_r}{T_r}\tilde{\Psi}_r + j\omega_k \sigma L_s \tilde{I}_s - jZ_p\omega k_r \tilde{\Psi}_r, \tag{11}$$

де $R_{sr} = R_s + k_r^2 R_r$.

Використавши метод переходу рівняння в узагальнених векторах до уявних та дійсних складових, виконаємо перетворення рівняння (3.7) та (3.8) у систему скалярних рівнянь

$$\begin{cases} U_{sd} = R_{sr} I_{sd} + \sigma L_s \dfrac{dI_{sd}}{dt} - \dfrac{k_r}{T_r}\Psi_{rm} - \omega_k \sigma L_s I_{sq}, \\ U_{sq} = R_{sr} I_{sq} + L_{s1}\dfrac{dI_{sq}}{dt} + \omega_k \sigma L_s I_{sd} - Z_p\omega k_r \Psi_{rm}, \\ \dfrac{d\Psi_{rm}}{dt} = \dfrac{L_m}{T_r} I_{sd} - \dfrac{1}{T_r}\Psi_{rm}, \\ 0 = k_r R_r I_{sq} - \left(\omega_k - Z_p\omega\right)\Psi_{rm}. \end{cases} \tag{12}$$

Позначимо

$$T_{sr} = \sigma L_s / R_{sr} \tag{13}$$

Далі диференціальні рівняння перепишемо в операторну форму::

$$\begin{cases} U_{sd} + \dfrac{k_r}{T_r}\Psi_{rm} + \omega_k L_{s1} I_{sq} = I_{sd} R_{sr}\left(T_{sr} p + 1\right), \\ U_{sq} - \omega_k L_{s1} I_{sd} - Z_p\omega k_r \Psi_r = I_{sq} R_{sr}\left(T_{sr} p + 1\right), \\ L_m I_{sd} = \Psi_{rm}\left(T_r p + 1\right), \\ \omega_k = k_r R_r \dfrac{I_{sq}}{\Psi_{rm}} + \omega_r. \end{cases} \tag{14}$$

Можна представити останнє рівняння системи (3.12) у наступному вигляді:

$$\Delta\omega_r = k_r R_r I_{sq} / \Psi_{rm} = \omega_k - \omega_r \tag{15}$$

$\Delta\omega_r$ – абсолютне ковзання ротора відносно швидкості обертання електромагнітного поля.

Об'єднавши рівняння (25), (26) з рівнянням електромагнітного моменту та рівняння руху,

отримаємо модель асинхронного двигуна , яка наведена на рис.2.

$$M = \frac{3}{2} Z_p k_r \psi_{rm} I_{sq} \tag{16}$$

Дану модель можна використовувати, якщо робити дослідження системи векторного керування асинхронного двигуна з орієнтацією за полем ротора.

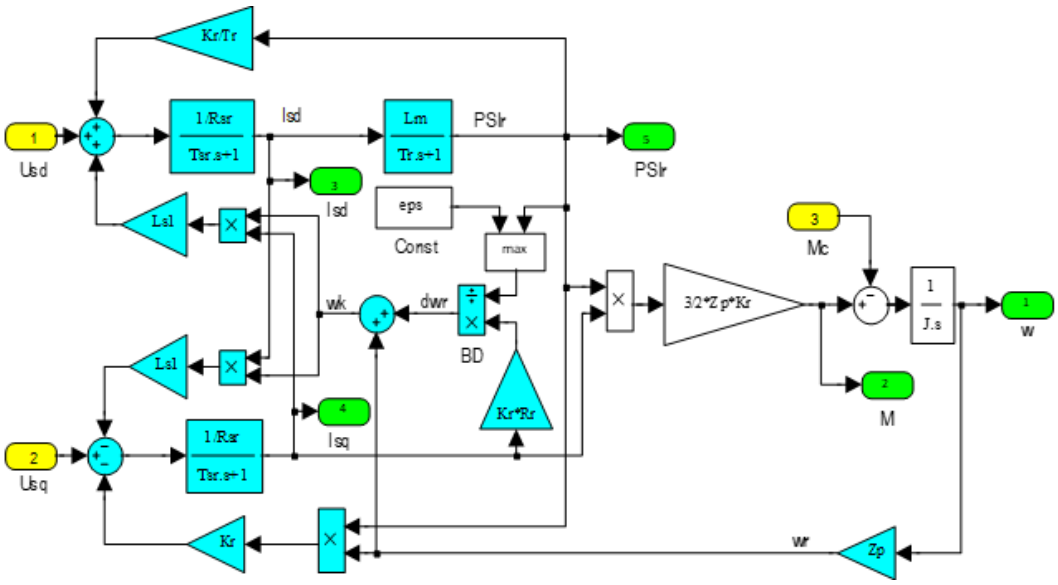


Рисунок 2 – Модель короткозамкненого АД в ортогональній системі координат, орієнтованій за потокозчепленням ротора

З моделі асинхронного двигуна отримаємо передаточні функції регуляторів:

1. регулятори струмів

$$W_{\text{рс}} == \frac{R_{sr}(T_{sr} p + 1)}{T_i p}; \tag{17}$$

2. регулятор потокозчеплення ротора

$$W_{pn} = \frac{T_r p + 1}{L_m T_f p}; \tag{18}$$

3. регулятор швидкості

$$W_{рш} = \frac{J}{k_T T_W}, \tag{19}$$

Щоб розрахувати сталі часу інтегрування використаємо наступні формули:

$$T_i = 2T_{\mu}, \; T_f = 2T_{\mu}, \; T_{\omega} = T_f = T_i, \tag{20}$$

T_{μ} –стала часу, яка обумовлена інерційністю ПЧ.

Якщо нам потрібен П–регулятор швидкості, тоді використаємо формулу (3.17), при цьому система буде статичною. Але якщо потрібний ПІ–регулятор(система астатична) передавальна функція буде наступною:

$$W_{рш1} = \frac{J}{k_T T_{\omega}} \frac{(T_0 p + 1)}{T_0 p}, \tag{21}$$

де $T_0 = 2T_{\omega}$.

Для дослідження будемо використовувати програмне забезпечення Matlab Simulink для побудови моделі позиційного електроприводу відповідно до структури на рис.3. Будемо

використовувати стандартну модель а з короткозамкненим ротором, орієнтована за потокозчепленням ротора. Результати моделювання приведенні на рис. 3.а – 3.в.

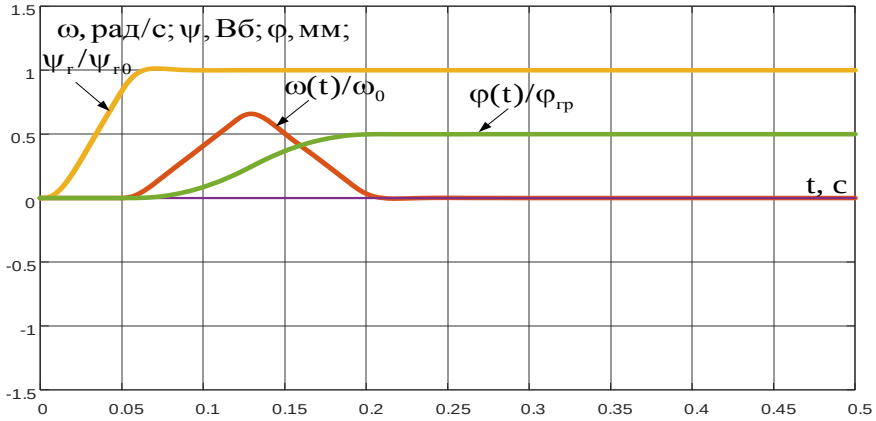
Перехідні процеси досліджуваної системи автоматичного керування з лінійним регулятором при Мс=0, $\varphi^* = \varphi_{гр}/2$, при коефіцієнті регулятора положення $k_{рп}$=const, продемонстровані на рис. 3. а.

На даних графіках ми можемо побачити те, що сигнал завдання відпрацьовується без дотягування та перерегулювання, це означає що розподільчий пристрій та давач інтенсивності налаштовані вірно. Значить положення φ(t) досягло заданого значення в t=0.21 с, в той час як швидкість ω(t) досягла нуля при t=0.21 с., це означає що система відпрацьовує завдання середніх переміщень.

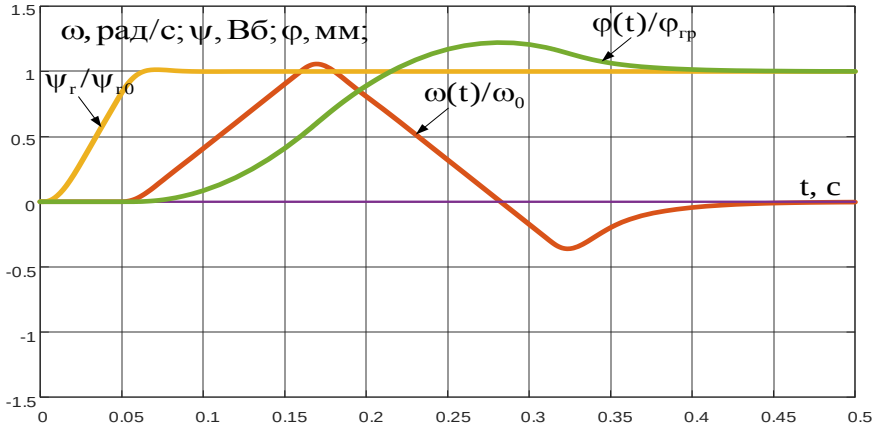
Перехідні процеси при Мс=0, $\varphi^* = \varphi_{гр}$, та коефіцієнті регулятора положення $k_{рп}$=const, продемонстровані на рис. 3. б. З графіку видно, що при завданні $\varphi^* = \varphi_{гр}$, система відпрацьовує з перерегулюванням , отже, система гальмує пізніше. Отже, швидкість не дорівнює нулю в той час як положення вже вийшло на задане значення в t=0.29.

Перехідні процеси при Мс=0, при коефіцієнті регулятора положення $k_{рп}$=const, продемонстровані на рис.3. в.

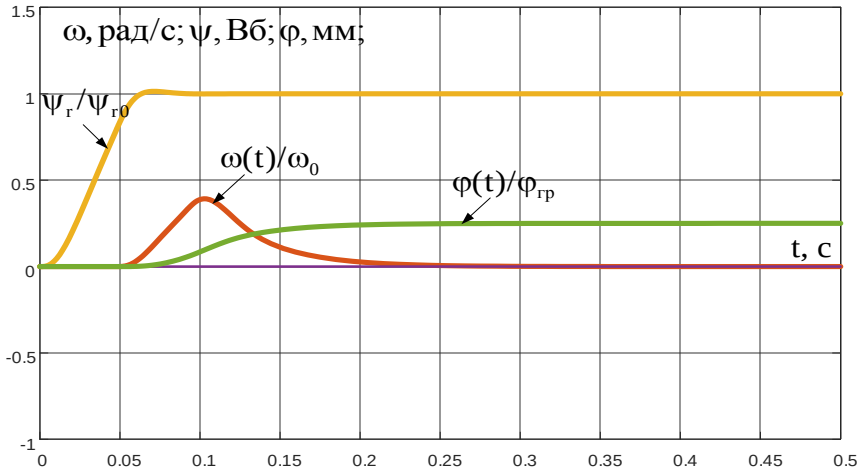
З графіку видно, що при завданні $\varphi^* = \varphi_{гр}/4$, система відпрацьовує з дотягуванням, отже, система гальмує раніше. Отже, швидкість дорівнює нулю в той час як положення ще не вийшло на задане значення в t=0.18. В такому випадку швидкість буде компенсувати положення поки не досягне заданого значення, що звісно зменшує швидкодію системи.



а)



б)



в)

Рисунок 3 – Перехідні характеристики системи автоматичного керування положення з лінійним регулятором: а) $\varphi^* = \varphi_{гр}/2$; б) $\varphi^* = \varphi_{гр}$; в) $\varphi^* = \varphi_{гр}/4\,\varphi^*/\varphi_{гр}$

За даними дослідження можемо зробити висновки, що дана система при малих та великих переміщеннях працює з перерегулюванням чи дотягуванням.

Висновки. Розроблена математична модель асинхронного двигуна з короткозамкненутим ротором в ортогональній системі координат, орієнтованій за потокозчепленням ротора. Запропоновано схему розрахунку та розроблене відповідне програмне забезпечення в Simulink;. Модель дозволяє отримати данні підбору асинхронних двигуна з короткозамкненутим ротором для нової системи електроприводу. При цьому для оцінки споживання електроенергії необхідно побудувати моделі порівняльних систем електроприводу. Використання програмного забезпечення спрощує процедуру розрахунку асинхронних двигунів з короткозамкненутим ротором, оскільки не потребує від розробника додаткових затрат. Запропонована модель характеризується функціональністю та можливостю використання отриманих результатів і самої моделі при проектуванні сучасного електрообладнання.

Список бібліографічного опису

1.Використання системи диференціальних рівнянь для математичного моделювання електричних машин постійного струму/ Падалко А. М., Падалко Н. Й., Падалко К.А. Подоляк В. М. *Науковий журнал "Комп'ютерно-інтегровані технології: освіта, наука, виробництво". Луцьк*. 202 Вип. № 43. С. 97-102. https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2021-43-02

2.Падалко Н. Й., Падалко А.М., Шишкін П.В. SIMULINK-моделі енергоефективних режимів роботи двигунів постійного струму з різними способами підключення обмотки // Студентський науковий вісник. Серія "Природничі та технічні науки". Науковий збірник. Випуск 29. – Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2018 – с. 307-315.

3.Падалко А.М., Падалко Н. Й., Поприч Ю.А. Математичне моделювання вентильної електричних машин та апаратів засобами Simulink/ XXXIX університетська студентська науково-технічна конференція ЛНТУ ,,Україна сьогодні: інтеграція освіти і науки"(технічний напрямок), квітень 2016.-Луцьк 2016.-С.236-237.

4.Падалко А.М, Сніжко В. В. Оптимізація роботи вентильної машини за допомогою Simulink моделей// Студентський науковий вісник. Серія "Природничі та технічні науки". Науковий збірник. Випуск. – Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2019 – с. 307-315.

References

1.Use of the system of differential equations for mathematical modeling of electric machines of direct current / Padalko AM, Padalko NY, Padalko KA Podoliak VM Scientific journal "Computer-integrated technologies: education, science, production". Lutsk. 202 Issue. № 43. pp. 97-102. . (in Ukraininan)

2.Padalko N.I., Padalko A.M., Shyshkin P.V. SIMULINK-models of energy-efficient operating modes of DC motors with different ways of connecting the winding // Student Scientific Bulletin. Series "Natural and technical sciences". Scientific collection. Issue 29. - Lutsk: IVV Lutsk NTU, 2018 - p. 307-315. (in Ukraininan)

3.Padalko A.M., Padalko N.I., Poprich Yu.A. Mathematical modeling of valve electric machines and devices by means of Simulink / XXXIX University student scientific and technical conference LNTU "Ukraine today: integration of education and science" (technical direction), April 2016-Lutsk 2016-C.236-237. (in Ukraininan)

4.Padalko AM, Snezhko VV Optimization of valve machine operation using Simulink models // Student Scientific Bulletin. Series "Natural and technical sciences". Scientific collection. Release. - Lutsk: IVV Lutsk NTU, 2019 - p. 307-315. (in Ukrainian)