

DOI: <https://doi.org/10.36910/6775-2524-0560-2021-43-16>

УДК 004.9:51-74

¹Падалко Анатолій Михайлович, кандидат фіз.-мат. наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0001-8030-5493>

²Падалко Ніна Йосипівна, кандидат педагогічних наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0003-3600-5711>

²Падалко Катерина Анатоліївна, студентка

¹Подоляк Володимир Миколайович, кандидат технічних наук, доцент

<https://orcid.org/0000-0002-8521-1258>

¹Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна

²Волинський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна

ВИКОРИСТАННЯ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ МАШИН ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Падалко А. М., Падалко Н. Й., Падалко К.А., Подоляк В. М. Використання системи диференціальних рівнянь для математичного моделювання електричних машин постійного струму. У статті проаналізована прикладна математична задача застосування диференціальних рівнянь для математичного моделювання двигунів постійного струму в додатку Simulink середовища MATLAB.

Ключові слова: диференціальні рівняння, математичне моделювання, математичні задачі, електричні двигуни, Simulink.

Падалко А. М., Падалко Н. И., Падалко К.А., Подоляк В. М. Использование системы дифференциальных уравнений для математического моделирования электрических машин постоянного тока. В статье проанализирована прикладная математическая задача применения дифференциальных уравнений для математического моделирования двигателей постоянного тока в приложении Simulink среды MATLAB.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, математическое моделирование, математические задачи, электрические двигатели, Simulink.

Padalko A.M., Padalko N.I., Padalko K.A., Podoliak V.M. The use of a system of differential equations for mathematical modeling of direct current electric machines. The article analyzes the applied mathematical problem of applying differential equations for mathematical modeling of DC motors in the Simulink application of the MATLAB environment.

Key words: differential equations, mathematical modeling, mathematical problems, electric motors, Simulink.

Постановка наукової проблеми. Електричні машини постійного струму знайшли найширше застосування в промисловості і побуті, отже **актуальним** завданням є пошук оптимальних режимів роботи електродвигунів постійного струму.

Математична задача опису електромагнітних і електромеханічних процесів в електричних двигунах розв'язується за допомогою і систем диференціальних рівнянь.

Метою статті є огляд розв'язку математичної задачі з моделювання двигуна постійного струму за допомогою системи диференціальних рівнянь.

Відповідно до мети було поставлено завдання здійснити розробку і дослідження комп'ютерної моделі двигуна постійного струму.

Для оптимізації розв'язку математичної задачі едектропостачання пропонуємо використати додаток Simulink середовища MATLAB.

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження.

В двигуні постійного струму з паралельним ється збудженням (є рис. 1) обмотка збудження ввімкнена паралельно якорю. В цьому випадку $u_a = u_e = u$.

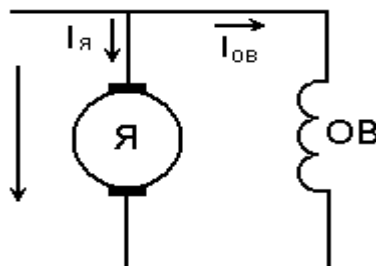


Рис. 1. Схематичне зображення двигуна постійного струму з паралельним і збудженням

Електромагнітні і електромеханічні процеси в цьому двигуні можуть бути описані за допомогою такої системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \bar{u} = T_e \frac{d\bar{i}_e}{dt} + \bar{i}_e \\ \bar{u} = T_a \frac{d\bar{i}_a}{dt} + \bar{i}_a + \bar{\Phi}_e \bar{\omega}_m \\ T_m \frac{d\bar{\omega}_m}{dt} = \bar{\Phi}_e \bar{i}_a - \bar{M}_H \\ \bar{\Phi}_e = c'_\phi \bar{i}_e \end{cases} \quad (1)$$

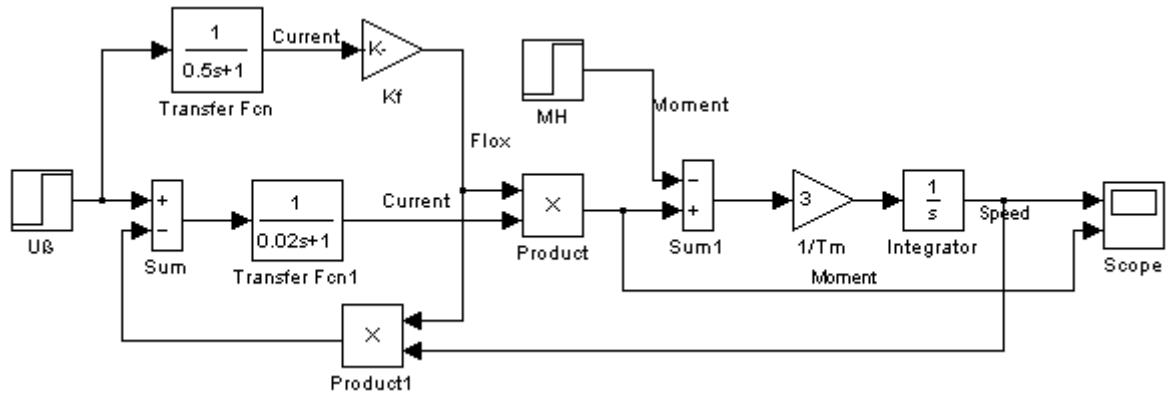


Рис. 2. Модель двигуна ϵ мо постійного струму з паралельним збудженням

Результати математичного моделювання можна побачити на рис. 3. Вони показують, що перехідний процес в такому двигуні за регулюванням дещо затягується в порівнянні з двигуном з незалежним ізбудженням.

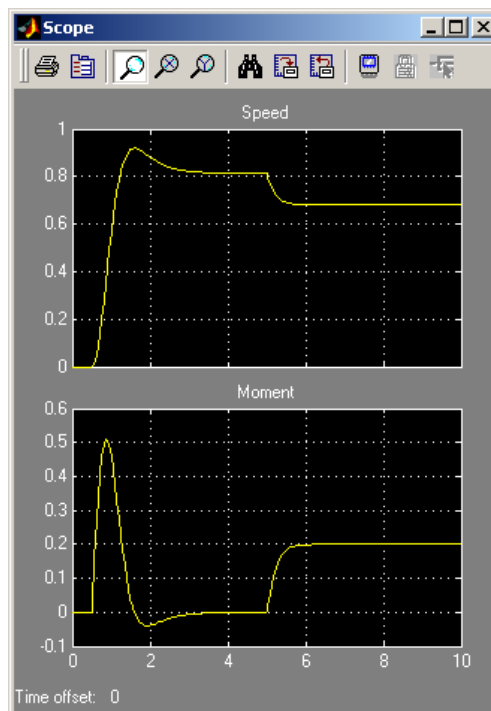
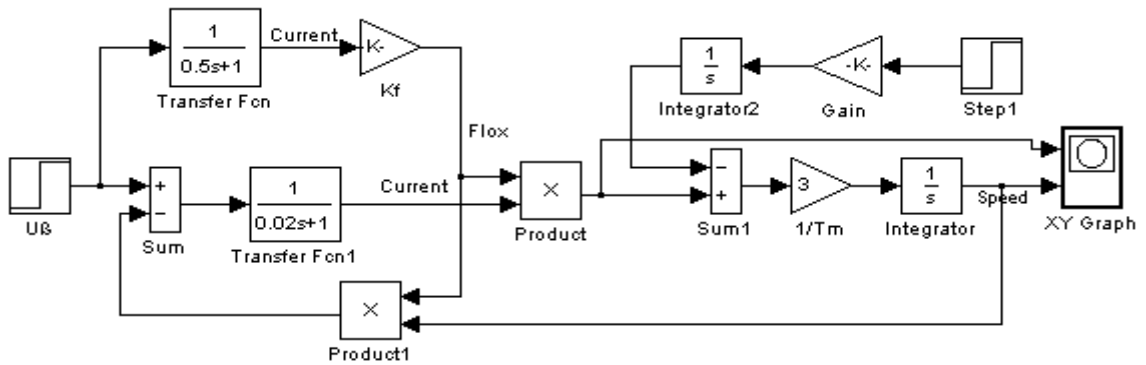


Рис. 3. Результати математичної задачі едектропостачання для двигуна постійного струму з паралельним ізбудженням

Дослідження механічних характеристик двигуна постійного струму з паралельним збудженням проводилося на моделі поданій на рис. 4. Механічна характеристика представлена



на рис.5.

Рис.4. Модель для дослідження механічних характеристик

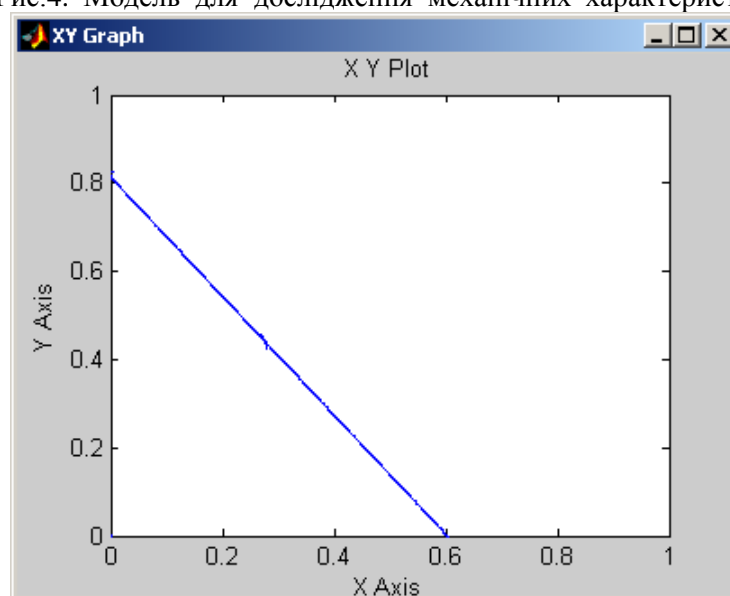


Рис. 5. Механічні характеристики двигуна з паралельним збудженням

Результати математичного моделювання дозволяють стверджувати, що двигун постійного струму з паралельним збудженням розвиває менший пусковий момент і має більшу швидкість холостого ходу в порівнянні з двигуном з незалежним збудженням.

На рис. 6 і схематично показаний двигун постійного струму з послідовним збудженням.

Диференціальні рівняння, що описують роботу двигуна постійного струму з послідовним збудженням, мають вигляд:

– рівняння рівноваги напруги $u = (L_a + L_e) \frac{di}{dt} + (r_a + r_e) i + e_a$,

де $e_a = c \omega_m \Phi_e$, а $\Phi_e = c_f i$

– рівняння рівноваги моментів $J \frac{d\omega_m}{dt} = M - M_H$,

де $M = c_m i \Phi_e$

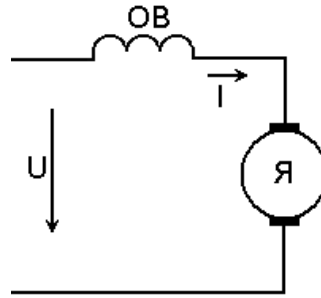


Рис. 6. Схема двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Введенням базових значень $\epsilon_{\text{ном}}$ змінних $U_{\text{ном}}$, $\Phi_{\text{ном}}$, $\omega_{0 \text{ ном}} = U_{\text{ном}} / c \cdot \Phi_{\text{ном}}$, $M_{\text{кном}} = c_m \Phi_{\text{ном}} U_{\text{ном}} / (r_a + r_b)$ подані вище рівняння зводяться до безрозмірного виду:

$$\begin{cases} \bar{u} = T \frac{d\bar{i}}{dt} + \bar{i} + c_1 \bar{i} \cdot \bar{\omega}_m \\ T_m \frac{d\bar{\omega}_m}{dt} = c_1 \bar{i}^2 - \bar{M}_H \end{cases} \quad (2)$$

де $T = \frac{L_a + L_b}{r_a + r_b}$ $c_1 = \frac{U_{\text{ном}}}{(r_a + r_b) \cdot I_{\text{ном}}}$ – параметри двигуна.

Модель двигуна, побудована за системою диференціальних рівнянь (2) подана на рис. 7. Спостерігаємо стрибок регулювання в момент 0,5 с і стрибок збудження в момент 5с.

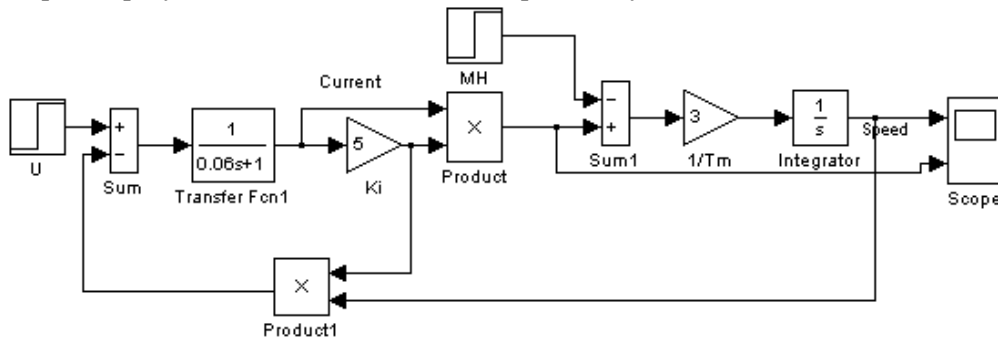


Рис. 7. Модель двигуна постійного струму з послідовним збудженням

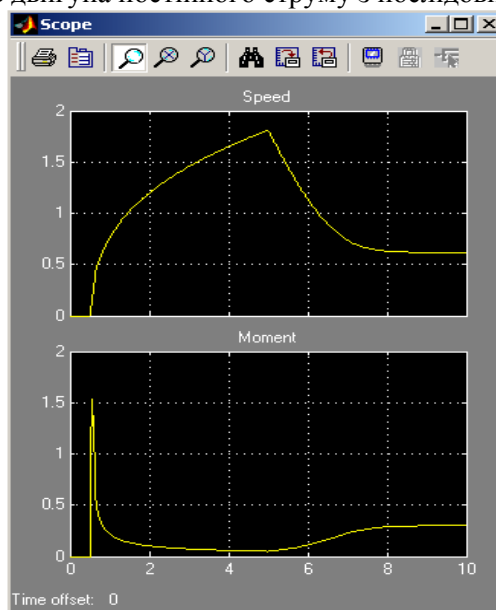


Рис. 8. Результати математичного моделювання двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Перехідні процеси (рис.8) свідчать про те, що під час пуску момент двигуна з послідовним збудженням значно перевищує момент двигуна з незалежним збудженням і двигуна з паралельним збудженням. Ця перевага двигуна з послідовним збудженням використовується тягових (підійомно-транспортних) електроприводах. Проте в двигунах з послідовним збудженням при збільшенні навантаження спостерігається значне зниження швидкості.

Для дослідження механічної характеристики двигуна постійного струму з послідовним збудженням була побудована модель, що представлена на рис. 9. Результати математичного моделювання відображені на рис.10. Механічна характеристика двигуна постійного струму з послідовним збудженням є нелінійною.

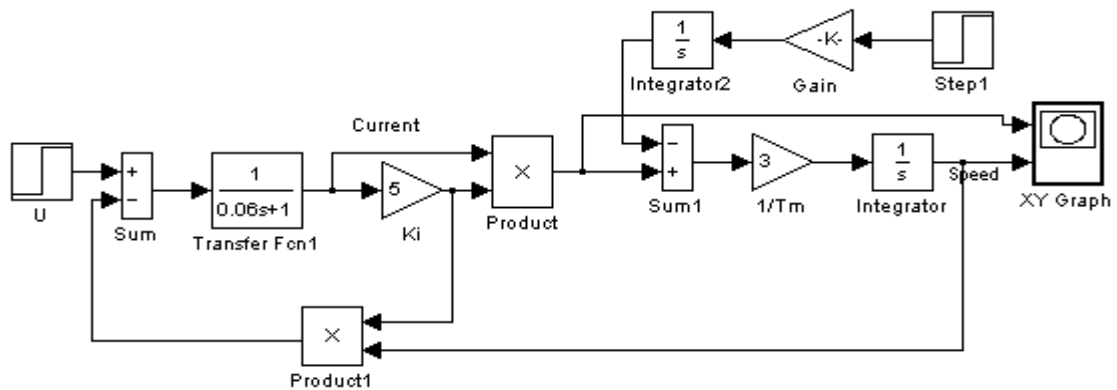


Рис. 9. Модель для дослідження механічних характеристик

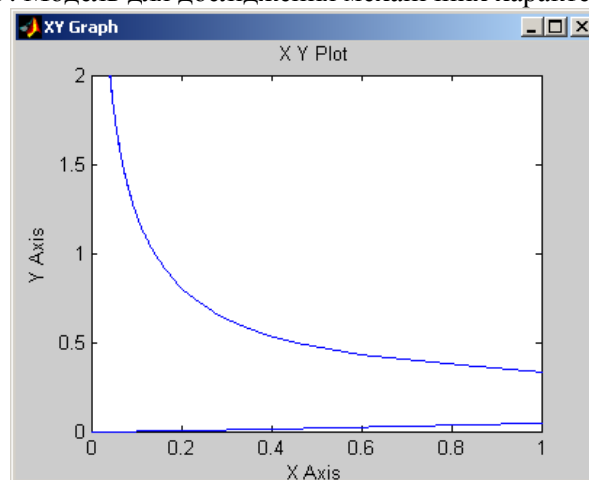


Рис.10. Механічна характеристика двигуна з послідовним збудженням

Висновки

З використанням диференціальних рівнянь розроблено математичні моделі двигунів постійного струму з різними способами підключення обмотки збудження: незалежного збудження, паралельного збудження, та послідовного збудження. Створені моделі дають можливість отримати основні характеристики, за якими оцінюються робочі властивості двигунів: електромеханічну, моментну, механічну.

Аналізуючи модель у цілому і використовуючи вимірювальні засоби, що надає Simulink, можна визначити втрати в двигуні у всіх перерахованих режимах, розрахувати еквівалентні струми, моменти і потужності і перевіряти правильність вибору двигуна.

Доведено, що в режимі пуску момент двигуна з послідовним збудженням значно перевищує момент двигуна з незалежним збудженням і двигуна з паралельним збудженням. В двигунах послідовного збудження електромагнітний момент має нелінійну (квадратичну) залежність від струму якоря.

Результати математичного моделювання підтверджують теоретичні викладки про те, що при одних і тих само перевантаженнях по моменту струм і спожита потужність для двигунів послідовного збудження змінюються в меншій мірі, ніж для двигунів паралельного збудження.

Рекомендовано використання цих двигунів в пристроях, де потрібні великі моменти при пуску і де спостерігаються часті перевантаження по моменту, наприклад, в тягових (підйомно-транспортних) електроприводах.

Двигуни паралельного і незалежного збудження мають жорстку механічну характеристику і тому можуть бути використаними в системах електроприводу, де необхідно мати приблизно сталу швидкість.

Список бібліографічного опису

1. Падалко Н. Й., Падалко А.М., Шишкін П.В. SIMULINK-моделі енергоефективних режимів роботи двигунів постійного струму з різними способами підключення обмотки // Студентський науковий вісник. Серія "Природничі та технічні науки". Науковий збірник. Випуск 29. – Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2018 – с. 307-315.
2. Падалко А.М., Падалко Н. Й., Поприч Ю.А. Математичне моделювання вентильної електричних машин та апаратів засобами Simulink/ XXXIX університетська студентська науково-технічна конференція ЛНТУ „Україна сьогодні: інтеграція освіти і науки”(технічний напрямок), квітень 2016.-Луцьк 2016.-С.236-237.
3. Падалко А.М, Сніжко В. В. Оптимізація роботи вентильної машини за допомогою Simulink моделей// Студентський науковий вісник. Серія "Природничі та технічні науки". Науковий збірник. Випуск. – Луцьк: ІВВ Луцького НТУ, 2019 – с. 307-315.

References

1. Padalko N.I., Padalko A.M., Shyshkin P.V. SIMULINK-models of energy-efficient operating modes of DC motors with different ways of connecting the winding // Student Scientific Bulletin. Series "Natural and technical sciences". Scientific collection. Issue 29. - Lutsk: IVV Lutsk NTU, 2018 - p. 307-315. (in Ukrainian)
2. Padalko A.M., Padalko N.I., Poprich Yu.A. Mathematical modeling of valve electric machines and devices by means of Simulink / XXXIX University student scientific and technical conference LNTU "Ukraine today: integration of education and science" (technical direction), April 2016-Lutsk 2016-C.236-237. (in Ukrainian)
3. Padalko AM, Snezhko VV Optimization of valve machine operation using Simulink models // Student Scientific Bulletin. Series "Natural and technical sciences". Scientific collection. Release. - Lutsk: IVV Lutsk NTU, 2019 - p. 307-315. (in Ukrainian)